

塾技 43 2次方程式の解法

問題 1 (難易度 A)

2次方程式 $x^2 + 4x - 1 = 0$ を解きなさい。

(青森県)

問題 2 (難易度 B)

2次方程式 $(x+1)(x-7) - 8(x-7) = 9$ を解け。

(都立立川高)

問題 3 (難易度 A)

2次方程式 $(x+7)^2 = (-\sqrt{5})^2$ を解け。

(都立国分寺高)

問題 4 (難易度 B~C)

2次方程式 $(x+1)^2 + 2(x+1) - 1 = 0$ を解け。

(都立西高)

解 1

「塾技 43 [解法 3]」の解の公式を利用。

$$\begin{aligned}
 x^2 + 4x - 1 &= 0 \\
 x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} \\
 x &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4}}{2} \\
 x &= \frac{-4 \pm \sqrt{20}}{2} \\
 x &= \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{2} \\
 x &= -2 \pm \sqrt{5} \quad \langle \text{答} \rangle
 \end{aligned}$$

解 2

まずは展開して (左辺) = 0 の形に整理する。

$$\begin{aligned}
 (x+1)(x-7) - 8(x-7) &= 9 \\
 x^2 - 6x - 7 - 8x + 56 &= 9 \\
 x^2 - 14x + 40 &= 0 \\
 (x-4)(x-10) &= 0 \\
 x &= 4, 10 \quad \langle \text{答} \rangle
 \end{aligned}$$

解 3

「塾技 43 [解法 1]」の平方根を利用する。

$$\begin{aligned}
 (x+7)^2 &= (-\sqrt{5})^2 \\
 (x+7)^2 &= 5 \\
 x+7 &= \pm\sqrt{5} \\
 x &= -7 \pm \sqrt{5} \quad \langle \text{答} \rangle
 \end{aligned}$$

解 4

まずは置き換えをしてから解の公式を利用。

$$\begin{aligned}
 (x+1)^2 + 2(x+1) - 1 &= 0 \\
 A^2 + 2A - 1 &= 0 \quad \left. \begin{array}{l} x+1=A \text{ とおく} \\ \end{array} \right\} \\
 A &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} \\
 A &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} \\
 A &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\
 A &= -1 \pm \sqrt{2} \\
 x+1 &= -1 \pm \sqrt{2} \\
 x &= -2 \pm \sqrt{2} \quad \langle \text{答} \rangle
 \end{aligned}$$