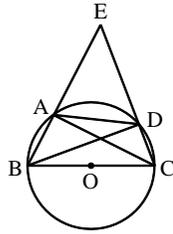


塾技 66 円と相似

問題 1 (難易度 A)

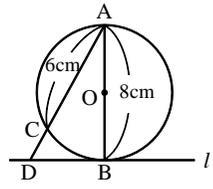
右の図で、点 A, B, C, D は円 O の円周上にあり、BC は円 O の中心を通る。BA, CD を延長し交わった点を E とする。次の問いに答えなさい。



- (1) $\triangle EBD$ と $\triangle ECA$ が相似になることを証明しなさい。
- (2) $\angle BED = 45^\circ$, $BC = 6\text{cm}$ のとき、AD の長さを求めなさい。 (青森県)

問題 2 (難易度 A)

右の図で、線分 AB は円 O の直径であり、直線 l は円 O と点 B で接している。また、点 C は円周上の点、点 D は AC の延長と l との交点である。AB = 8cm, AC = 6cm のとき、CD の長さを求めなさい。



(青森県)

解 1

- (1) 「塾技 66 (2)」の相似形になっている。
(証明) $\triangle EBD$ と $\triangle ECA$ において、
 $\angle E$ は共通 …①
 $\angle EBD = \angle ECA$ (円周角の定理) …②
 ①, ②より、
 2組の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle EBD \sim \triangle ECA$ となる。(証明終わり)
- (2) 「塾技 56 解法 2」より、 $\triangle AOD$ に注目して解けばよい。「塾技 63 1 (図 3)」より、
 $\angle BDC = 90^\circ$ よって、 $\angle BDE = 90^\circ$ となり、
 $\angle BED = \angle EBD = \angle ABD = 45^\circ$ とわかる。
 「塾技 63 1 (図 2)」より、
 $\angle AOD = 2\angle ABD = 90^\circ$
 よって、 $\triangle AOD$ は、 $AO = OD = 3$ の直角二等辺三角形となるので、
 $AD = \sqrt{2}AO = 3\sqrt{2}(\text{cm})$ ◀ 答

解 2

- 下の図のように、点 C と点 B を結ぶ。
 $\angle ACB = 90^\circ$ より、 $\triangle ABC$ に三平方の定理を用いて、
 $BC = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$
 ここで、 $\angle ACB = \angle BCD = 90^\circ$ …①
 「塾技 64 2」より、 $\angle CBD = \angle CAB$ …②
 ①, ②より、 $\triangle BCD \sim \triangle ACB$ となるので、
 $CD : CB = BC : AC$
 $CD : 2\sqrt{7} = 2\sqrt{7} : 6$
 $6CD = 28$
 $CD = \frac{14}{3}(\text{cm})$ ◀ 答

