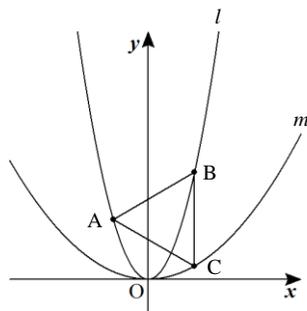


## 塾技 75 関数への応用

### 問題 (難易度 C)

右の図で、 $O$  は原点、曲線  $l$  は関数  $y=2x^2$  のグラフ、曲線  $m$  は関数  $y=\frac{1}{4}x^2$  のグラフを表している。2 点  $A, B$  はともに曲線  $l$  上にあり、点  $A$  の  $x$  座標は負の数、点  $B$  の  $x$  座標は正の数である。点  $C$  は曲線  $m$  上にあり、点  $C$  の  $x$  座標は点  $B$  の  $x$  座標と等しい。点  $A$  と点  $B$ 、点  $B$  と点  $C$ 、点  $C$  と点  $A$  をそれぞれ結ぶ。 $\triangle ABC$  が正三角形であるとき、点  $B$  の  $x$  座標を求めよ。ただし、解答欄には、答えだけでなく、答えを求める過程がわかるように、途中の式や計算なども書け。(都立戸山高)



### 解

「塾技 24 (2)」より、求めたい座標を文字で置いて、条件で立式すればよい。

$B$  の  $x$  座標を  $t$  とおくと、 $B(t, 2t^2)$ 、 $C(t, \frac{1}{4}t^2)$  と表せる。

ここで、 $BC$  の中点を  $H$  とすると、

$$BC = 2t^2 - \frac{1}{4}t^2 = \frac{7}{4}t^2 \quad BH = \frac{1}{2}BC = \frac{7}{8}t^2$$

よって、(点  $A$  の  $y$  座標)  $= 2t^2 - \frac{7}{8}t^2 = \frac{9}{8}t^2$  となる。

点  $A$  の  $x$  座標は、 $y=2x^2$  に  $y=\frac{9}{8}t^2$  を代入して、

$$\frac{9}{8}t^2 = 2x^2$$

$$9t^2 = 16x^2$$

$$x^2 = \frac{9}{16}t^2 \quad x = \pm \frac{3}{4}t \quad t > 0, x < 0 \text{ より, } x = -\frac{3}{4}t$$

ここで、 $\triangle BAH$  は  $30^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$  の直角三角形より、 $AH = \sqrt{3}BH$  が成り立つ。よって、

$$\frac{t - (-\frac{3}{4}t)}{AH} = \frac{\sqrt{3} \times \frac{7}{8}t^2}{BH}$$

$$\frac{7}{4}t = \frac{7}{8}\sqrt{3}t^2$$

$$14t = 7\sqrt{3}t^2$$

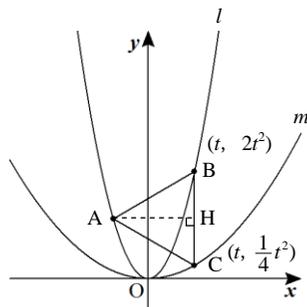
$$7\sqrt{3}t^2 - 14t = 0$$

$$\sqrt{3}t^2 - 2t = 0$$

$$t(\sqrt{3}t - 2) = 0$$

$$t = 0, \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$t > 0 \text{ より, } t = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



答

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}$$