

難

塾技 42 根号の計算の工夫

問題 1

$$-\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{4\sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{\sqrt{15}} + \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{4\sqrt{2}} - \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{\sqrt{15}}$$
 を計算しなさい。 (東京学芸大附高)

問題 2

$$(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) - (3+2\sqrt{2})^2(3-2\sqrt{2})^3 + (3+2\sqrt{2})^4(3-2\sqrt{2})^5$$
 を計算しなさい。 (市川高)

問題 3

$$\frac{(\sqrt{3}+1)^8(\sqrt{3}-1)^{10}}{2^8} - \frac{2^{10}}{(\sqrt{3}+1)^8(\sqrt{3}-1)^{10}}$$
 を簡単にすると、 である。 (慶應義塾高)

問題 4

$$(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(2+\sqrt{2}-\sqrt{6}) - (\sqrt{3}-1)^2$$
 を計算せよ。 (ラ・サール高)

**解 1** 与式 
$$= \frac{(\sqrt{2}+1)^2 - (\sqrt{2}-1)^2}{4\sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{\sqrt{15}}$$
  

$$= \frac{\{(\sqrt{2}+1) + (\sqrt{2}-1)\}\{(\sqrt{2}+1) - (\sqrt{2}-1)\}}{4\sqrt{2}} + \frac{\{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) + (\sqrt{5}-\sqrt{3})\}\{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) - (\sqrt{5}-\sqrt{3})\}}{\sqrt{15}}$$
  

$$= \frac{2\sqrt{2} \times 2}{4\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{5} \times 2\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = 1 + 4 = 5$$
 **答**

**解 2** 与式 
$$= 3^2 - (2\sqrt{2})^2 - \{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})\}^2(3-2\sqrt{2}) + \{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})\}^4(3-2\sqrt{2})$$
  

$$= 1 - 1^2(3-2\sqrt{2}) + 1^4(3-2\sqrt{2}) = 1 - 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 1$$
 **答**

解 3

(与式)  

$$= \frac{\{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)\}^8(\sqrt{3}-1)^2}{2^8} - \frac{2^{10}}{\{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)\}^8(\sqrt{3}-1)^2}$$
  

$$= \frac{2^8(\sqrt{3}-1)^2}{2^8} - \frac{2^{10}}{2^8(\sqrt{3}-1)^2}$$
  

$$= (\sqrt{3}-1)^2 - \frac{2^2}{(\sqrt{3}-1)^2}$$
  

$$= (\sqrt{3}-1)^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}-1}\right)^2$$
  

$$= (\sqrt{3}-1)^2 - \left\{\frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}\right\}^2$$
 「塾技 42」例題の分母の有理化  

$$= (\sqrt{3}-1)^2 - (\sqrt{3}+1)^2$$
  

$$= \{(\sqrt{3}-1) + (\sqrt{3}+1)\}\{(\sqrt{3}-1) - (\sqrt{3}+1)\}$$
  

$$= 2\sqrt{3} \times (-2) = -4\sqrt{3}$$
 **答**

解 4

「塾技42 工夫」より、共通因数をくくり出してから乗法公式を利用する。与式に  $2+\sqrt{2}-\sqrt{6} = \sqrt{2}(\sqrt{2}+1-\sqrt{3})$  を代入して、  
 (与式)  

$$= \sqrt{2}(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+1-\sqrt{3}) - (\sqrt{3}-1)^2$$
  

$$= \sqrt{2}\{(\sqrt{2}+1) + \sqrt{3}\}\{(\sqrt{2}+1) - \sqrt{3}\} - (\sqrt{3}-1)^2$$
  

$$= \sqrt{2}\{(\sqrt{2}+1)^2 - (\sqrt{3})^2\} - (3-2\sqrt{3}+1)$$
  

$$= \sqrt{2}(2+2\sqrt{2}+1-3) - (4-2\sqrt{3})$$
  

$$= \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{3}$$
  

$$= 4 - 4 + 2\sqrt{3}$$
  

$$= 2\sqrt{3}$$
 **答**