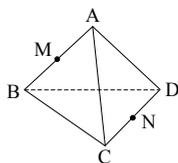


瞬解 58

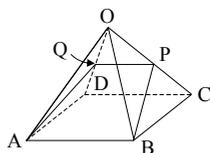
瞬解チェック問題

の解答・解説

問題 ① 右の図のような正四面体 ABCD がある。辺 AB, CD の中点をそれぞれ M, N とし、 $MN = \sqrt{2}$ とするとき、正四面体の 1 辺の長さ a を求めよ。
(巣鴨高)



問題 ② 右の図のようなすべての辺の長さが 4cm の正四角錐 O-ABCD がある。辺 OC の中点を P, 辺 OD の中点を Q とするとき、四角形 ABPQ の面積は cm^2 である。
(福岡大附大濠高)



瞬解を利用

解答 ① 瞬解 58 (1) ①より、 $\frac{\sqrt{2}}{2}a = \sqrt{2}$ が成り立つので、 $a = 2$

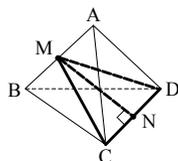
答 $a = 2$

解答 ② 瞬解 58 (2) より、四角形 ABPQ の面積 = $\frac{3\sqrt{11}}{16} \times 4^2 = 3\sqrt{11} (\text{cm}^2)$

答 $3\sqrt{11}$

瞬解の利用なし

解答 ① 右の図で、 $\triangle MCD$ は $MC = MD$ の二等辺三角形となり、N は辺 CD の中点なので、線分 MN は CD の垂直二等分線となる。ここで、 $AM : MC = 1 : \sqrt{3}$ より、 $MC = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ とわかる。
 $\triangle MCN$ で三平方の定理を用いて立式すると、



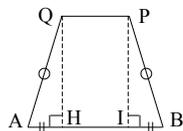
$$MN^2 + CN^2 = MC^2 \text{ より、} (\sqrt{2})^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2$$

$$2 + \frac{1}{4}a^2 = \frac{3}{4}a^2 \quad \frac{1}{2}a^2 = 2 \quad a^2 = 4 \quad a > 0 \text{ より、} a = 2$$

答 $a = 2$

解答 ② 四角形 ABPQ は、 $QA = PB$ の等脚台形となる。

$OQ : QA = 1 : \sqrt{3}$ より、 $QA = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ とわかる。また、点 Q, P はそれぞれ辺 OD, OC の中点なので、 $\triangle ODC$ で中点連結定理より、 $QP = \frac{1}{2}DC = 2 \text{ cm}$ とわかる。点 Q, P から辺 AB に下ろした垂線の足をそれぞれ H, I とすると、 $AH = BI = (4-2) \div 2 = 1 \text{ cm}$ となり、 $\triangle QAH$ で三平方の定理を用いると、 $QH = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{11} \text{ cm}$ とわかる。



以上より、求める四角形 ABPQ の面積は、 $(2+4) \times \sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{11} (\text{cm}^2)$

答 $3\sqrt{11}$