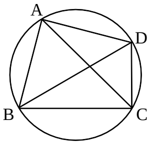
＜頻出公式 70　円⑤　円に内接する四角形（2）＞

右の図の円に内接する四角形 ABCD において，

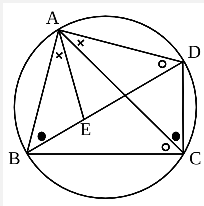
$\boxed{AB\times CD+AD\times BC=AC\times BD}$

が成り立つ（**トレミーの定理**）。



円に内接する四角形で，長さを求める問題は入試頻出の 1 つ！そこで知っていると便利なのが，トレミーの定理。トレミーの定理は円に内接する四角形において，四角形の対辺の積どうしの和は，対角線の積と等しいというもの。この証明方法は，高校数学で習う余弦定理を用いるものと，相似を用いる方法があるんだ。ここでは，相似を用いる方法で証明してみるぞ。

［証明］下の図のように，∠BAE＝∠CAD となる点 E をとる。



△ABE∽△ACD より，AB：AC＝BE：CD

→　AB×CD＝AC×BE　…①

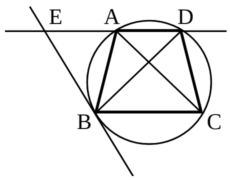
△ABC∽△AED より，BC：ED＝AC：AD

→　AD×BC＝AC×ED　…②

①と②の辺々を足して，

$$AB\times CD+AD\times BC=AC\times BE+AC\times ED$$
$$=AC(BE+ED)=AC\times BD$$

問題　図のように，AD // BC で円に内接する台形 ABCD があり，点 B における円の接線と直線 AD との交点を E とする。



（1）△ABC と相似な三角形のうち，E を頂点とするものを 2 つ いえ。答えは△ABC と対応する頂点の順に書くこと。

（2）AB＝4cm，BC＝5cm，CA＝6cm のとき，

（ア）線分 EA の長さを求めよ。（イ）線分 AD の長さを求めよ。　（久留米大学附設高校）

解　（1）△EBD，△EAB

《解説》　△EBD∽△EAB（∠E 共通，∠EBA＝∠EDB（接弦定理））
△EAB∽△ABC（∠EAB＝∠ABC（平行線の錯角），∠EBA＝∠ACB（接弦定理））

（2）（ア）（1）より，△ABC∽△EAB

よって，AB：EA＝BC：AB

4　：EA＝ 5　：　4

$EA=\underline{\dfrac{16}{5}\text{(cm)}}$

（イ）∠ABC＝∠BAE＝∠DCB より，

台形 ABCD は等脚台形となるので，

AB＝DC＝4cm，CA＝BD＝6cm

AD＝x とおくと，トレミーの定理より，

$$4\times4+x\times5=6\times6$$
$$x=\underline{4\text{ (cm)}}$$