

【要点】③連立方程式と解

(1) 1組の連立方程式とその解が与えられている問題

→ 与えられた解を方程式に代入して、未定係数を求める。

[例] x と y の連立方程式

$$\begin{cases} ax - by = 3 \\ ax + 3by = -13 \end{cases} \text{の解が } x = 3, y = 1 \text{ のとき、} a, b \text{ の値を求めよ。}$$

[解] $x = 3, y = 1$ をそれぞれ代入

$$\begin{cases} 3a - b = 3 \quad \cdots \textcircled{1} \\ 3a + 3b = -13 \quad \cdots \textcircled{2} \end{cases} \xrightarrow[\text{(①-②)}]{\text{加減法}} \begin{array}{r} 3a - b = 3 \\ -) 3a + 3b = -13 \\ \hline -4b = 16 \\ b = -4 \quad \cdots \textcircled{3} \end{array}$$

③を①に代入

$$3a + 4 = 3$$

$$3a = -1$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

(答) $a = -\frac{1}{3}, b = -4$

(2) 2組の連立方程式及びそれぞれの解の条件が与えられている問題

→ 2組の連立方程式なので、2元1次方程式(2つの文字を含む1次方程式のこと)が4つある。この4つの方程式のうち、未定係数を含まない2つの方程式を利用し、問題文の条件から x, y の値を求め、それらを残りの2つの方程式に代入して未定係数を求める。

[例] 連立方程式 $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - y = a \end{cases}$ の解が $\begin{cases} 3x - 2y = b \\ x + y = 1 \end{cases}$ の解に一致するとき、
 a, b の値を求めよ。

$$[\text{解}] \quad \begin{cases} 2x + 3y = 1 \quad \cdots \textcircled{1} \\ x - y = a \quad \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y = b \quad \cdots \textcircled{3} \\ x + y = 1 \quad \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

上の①～④の x, y の値は全て同じ値となるので、未定係数を含まない①と④を連立させることで、①～④に共通の解を求める。

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 2x + 3y = 1 \\ \textcircled{4} \times 2 \quad -) 2x + 2y = 2 \\ \hline y = -1 \quad \cdots \textcircled{5} \end{array}$$

⑤を④に代入して、 $x = 2 \quad \cdots \textcircled{6}$

⑤、⑥を②、③にそれぞれ代入して、

$$\begin{cases} 2 + 1 = a \\ 6 + 2 = b \end{cases} \rightarrow \underline{\text{(答) } a = 3, b = 8}$$