【要点】④平方根の簡約と分母の有理化

(1) 平方根の簡約

根号の中に、自然数の平方になっている因数（平方因数）があるときは、その因数を根号の外に出す。これを、平方根の簡約という。平方因数は、基本的に素因数分解により、見つける。

$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$　（$a>0$、$b>0$）

（$\rightarrow\sqrt{a^2b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=a\times\sqrt{b}=a\sqrt{b}$ となる。）

［例］ $\sqrt{24}=\sqrt{2^3\times3}=\sqrt{2^2\times2\times3}=2\sqrt{6}$

外に出す

$\sqrt{32}=\sqrt{2^5}=\sqrt{2^2\times2^2\times2}=2\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

外に出す

※上の［例］のように、根号の中を素因数分解して平方因数を根号の外に出すのが基本だが、平方因数はできるだけ頭の中で考えて見つけた方が、速く簡約できる。

(例)　$\sqrt{45}$　→　45 には、$3^2=9$ に 5 をかけるとなるので、3^2 という平方因数は外に出せ、$\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ となる。

(2) 分母の有理化

分母に根号を含む数がある式を分母に根号がない形に表すことを、分母を有理化するという。

有理化は、$(\sqrt{a})^2=\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$ となることを利用する。すなわち、分母と同じ$\sqrt{\ }$を、分母と分子にかけることで、分母の$\sqrt{\ }$をなくす。

［例］ $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ の分母を有理化する　→　$\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\dfrac{4}{3\sqrt{2}}$ の分母を有理化する →　$\dfrac{4}{3\sqrt{2}}=\dfrac{4\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3\times2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\dfrac{3}{\sqrt{8}}$ の分母を有理化する　→　$\dfrac{3}{\sqrt{8}}=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2\times2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

※通常、分母に根号があるときは、分母を有理化して答える。