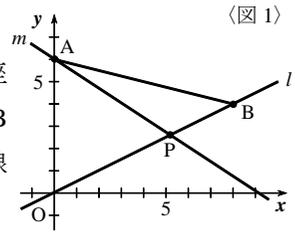


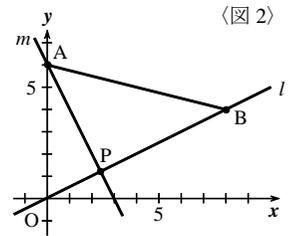
## 塾技 17 座標平面上の三角形 (1)

### 問題 (難易度 A)

右の図 1 で、点 O は原点、点 A の座標は (0, 6)、直線  $l$  は一次関数  $y = \frac{1}{2}x$  のグラフを表している。点 B は直線  $l$  上にあり、 $x$  座標は 8 である。点 P は直線  $l$  上にあり、 $x$  座標が正の数で、点 B から原点の方向へ動く。2 点 A, B を結ぶ。2 点 A, P を通る直線を  $m$  とする。座標軸の 1 目盛りを 1cm として、次の各問に答えよ。



- (1) 点 P が点 B にあるとき、直線  $m$  の式を求めよ。
- (2) 図 1 において、 $\triangle AOP$  の面積と  $\triangle APB$  の面積の比が 3 : 1 となるときの、点 P の座標を求めよ。
- (3) 右の図 2 は、図 1 において、直線  $m$  の傾きが  $-2$  の場合を表している。このとき、 $\triangle APB$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。



(東京都共通問題)

### 解

- (1) 点 P が点 B にあるので、直線  $m$  は 2 点 A(0, 6), B(8, 4) を通る直線の式となる。  
 $y = ax + 6$  に B(8, 4) を代入し、 $4 = 8a + 6$   $a = -\frac{1}{4}$  より、 $y = -\frac{1}{4}x + 6$  ◀ 答

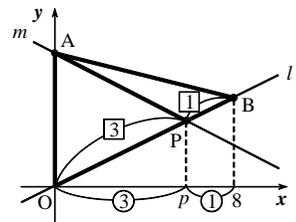
- (2) 「塾技 18」より、 $\triangle AOP : \triangle APB = OP : PB$

右の図で、点 P の  $x$  座標を  $p$  とすると、

$$8 - p : p - 0 = 1 : 3$$

$$p = 24 - 3p$$

$$p = 6 \quad \text{よって、} P(6, 3) \quad \text{◀ 答}$$



- (3) 直線 AP の式は、 $y = -2x + 6$  となるので、 $l$  と  $m$  の交点 P の座標は、

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = -2x + 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{cases} \frac{1}{2}x = -2x + 6 \\ x = -4x + 12 \end{cases}$$

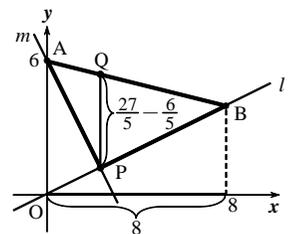
$$x = \frac{12}{5}, \quad y = \frac{1}{2} \times \frac{12}{5} = \frac{6}{5} \quad P\left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}\right)$$

右の図のように、P を通る  $y$  軸に平行な直線と、AB との交点を Q とする。直線 AB の式は、(1) より、 $y = -\frac{1}{4}x + 6$  なので、Q の  $y$  座標は、 $x = \frac{12}{5}$  を代入して、

$$y = -\frac{1}{4} \times \frac{12}{5} + 6 = \frac{27}{5} \rightarrow Q\left(\frac{12}{5}, \frac{27}{5}\right)$$

求める面積は、「塾技 17 (2)」より、

$$\triangle APB = 8 \times \left(\frac{27}{5} - \frac{6}{5}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{84}{5} (\text{cm}^2) \quad \text{◀ 答}$$



別解  $\triangle APB = \triangle AOB - \triangle AOP = 6 \times 8 \times \frac{1}{2} - 6 \times \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{84}{5} (\text{cm}^2)$  と求めてもよい。