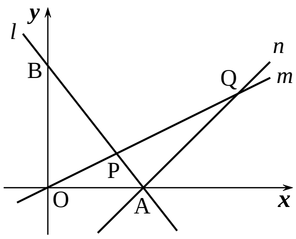
塾技 19　座標平面上の三角形（3）

問題（難易度 A）

右の図で，直線 l は方程式 $4x+3y=12$ のグラフで，x 軸，y 軸とそれぞれ点 A，B で交わる。直線 m は関数 $y=ax$（$a>0$）のグラフで，直線 l と点 P で交わる。また，直線 m 上に y 座標が正の点 Q があり，2 点 A，Q を通る直線を n とする。このとき，次の各問いに答えなさい。



（1）点 B の座標を求めなさい。

（2）線分 OA の中点を通り，直線 l に平行な直線の式を求めなさい。

（3）$a=\frac{2}{3}$ のとき，三角形 APQ と三角形 OBP の面積が等しくなるような直線 n の式を求めなさい。

（三重県）

解

（1）$4x+3y=12$ を y について解くと，

$$4x+3y=12$$
$$3y=-4x+12$$
$$y=-\frac{4}{3}x+4$$

よって，**B(0，4)**　答

（2）点 A は，直線 l と x 軸との交点なので，l の式に $y=0$ を代入して，

$$4x+0=12$$
$$x=3$$

よって，A(3，0)

OA の中点を M とすると，「塾技 6 **1**」より，M の座標は，

$$\mathrm{M}\left(\frac{0+3}{2},\frac{0+0}{2}\right)=\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$$

一方，求める直線は l に平行なので，$y=-\frac{4}{3}x+b$ とおける。M$\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$を代入して，

$$0=-\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}+b\qquad b=2$$

答　$\boldsymbol{y=-\frac{4}{3}x+2}$

（3）△APQ＝△OBP となるためには，△OQA＝△OBA となればよい。

（△OQA＝△OPA＋△APQ，△OBA＝△OPA＋△OBP より，△OPA が共通なので，△OQA＝△OBA となれば，△APQ＝△OBP となる。）

「塾技 19（2）」より，OA // BQ，すなわち Q の y 座標が 4 となればよい。Q の x 座標は，$y=4$ を直線 m の式に代入して，$4=\frac{2}{3}x$　　$x=6$

以上より，求める直線 n の式は，2 点 A(3，0)，Q(6，4)を通る直線となるので，$y=ax+b$ に 2 点をそれぞれ代入して，a，b の連立方程式を解くと，

$$a=\frac{4}{3},\ b=-4$$

答　$\boldsymbol{y=\frac{4}{3}x-4}$