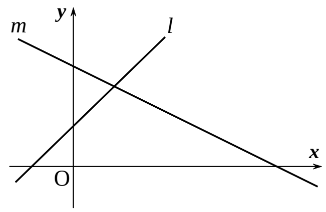
塾技 20　座標平面上の三角形（4）

問題 1（難易度 A～B）

右の図のように，2 直線 $l : y = x + 2$ と $m :\ y = -\frac{1}{2}x + 5$ がある。このとき，次の問いに答えよ。



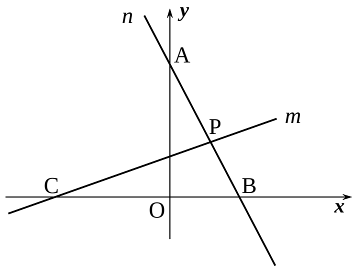
（1）x 軸と 2 直線 l，m で囲まれる三角形の面積を求めよ。

（2）原点 O を通り，(1)でできる三角形の面積を二等分する直線の式を求めよ。

（城北高）

問題 2（難易度 A）

右の図で 2 つの直線 m と n の交点を P とする。直線 n と y 軸，x 軸との交点を A(0，10)，B(5，0)とする。直線 m は $y = \frac{1}{3}x + 3$ で x 軸との交点を C とするとき，次の問いに答えよ。



（1）直線 n の式を求めよ。　　（2）△PBC の面積を求めよ。

（3）点 P を通り△PBC の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

（淑徳学園高）

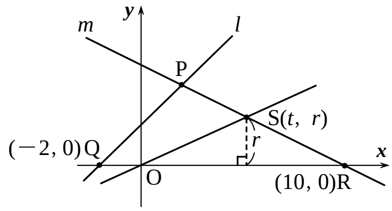
解 1　（1）2 直線 l と m の交点を P とすると，P の座標は l と m を連立して，

$$x + 2 = -\frac{1}{2}x + 5 \qquad 2x + 4 = -x + 10 \qquad x = 2 \quad \rightarrow \quad \mathrm{P}(2,\ 4)$$

また，直線 l と m の x 軸との交点をそれぞれ Q，R とすると，Q，R の座標は，直線 l，m にそれぞれ $y = 0$ を代入して，Q(－2，0)，R(10，0)と求まる。よって，求める三角形の面積は，

$$\triangle\mathrm{PQR} = \{10 - (-2)\} \times 4 \times \frac{1}{2} = \mathbf{24}$$ 答

（2）「塾技 20（2）」より，求める直線と直線 m との交点を S(t，r)とする。△OSR = 12 となればよいので，



$$10 \times r \times \frac{1}{2} = 12 \qquad 5r = 12 \qquad r = \frac{12}{5}$$

点 S(t，$\frac{12}{5}$)は直線 m 上の点なので，m の式に(t，$\frac{12}{5}$)を代入して，$t = \frac{26}{5}$ とわかる。求める直線の式は，原点および S を通るので，$y = ax$ に S($\frac{26}{5}$，$\frac{12}{5}$)を代入して，$a = \frac{6}{13}$

答　$\boldsymbol{y = \frac{6}{13}x}$

解 2　（1）$\boldsymbol{y = -2x + 10}$ 答

（2）点 P は，直線 n と m を連立して，

$$\frac{1}{3}x + 3 = -2x + 10 \qquad x + 9 = -6x + 30 \qquad x = 3 \quad \rightarrow \quad \mathrm{P}(3,\ 4)$$

C，B の座標は，直線 m，n にそれぞれ $y = 0$ を代入して，C(－9，0)，B(5，0)

よって，$\triangle\mathrm{PBC} = \{5 - (-9)\} \times 4 \times \frac{1}{2} = \mathbf{28}$ 答

（3）「塾技 20（1）」より，求める直線は点 P および点 B と点 C の中点（M とする）を通る。

M($\frac{-9+5}{2}$，$\frac{0+0}{2}$) = (－2，0) より，$y = ax + b$ に 2 点 P(3，4)，M(－2，0)をそれぞれ代入して，a，b の連立方程式を解くと，$a = \frac{4}{5}$，$b = \frac{8}{5}$　　答　$\boldsymbol{y = \frac{4}{5}x + \frac{8}{5}}$