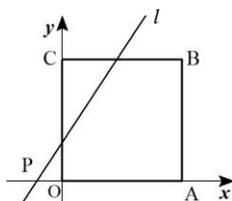


塾技 22 座標平面上の四角形 (2)

問題 (難易度 A~B)

右の図のように、原点を O とし、1 辺の長さが 6 の正方形 $OABC$ と直線 l がある。直線 l の式を $y = \frac{3}{2}x + b$ とし、直線 l と x 軸との交点を P とする。ただし、2 点 A, C はそれぞれ x 軸、 y 軸上にあり、点 A の x 座標、点 C の y 座標はともに正の数とする。このとき、次の (1) ~ (4) の各問いに答えなさい。



- (1) 点 B の座標を求めなさい。
- (2) 直線 l が点 B を通るとき、次の (ア) (イ) の問いに答えなさい。
 (ア) b の値を求めなさい。 (イ) $\triangle ABP$ の面積を求めなさい。
- (3) 直線 l によって、正方形 $OABC$ の面積が 2 等分されるとき、 b の値を求めなさい。
- (4) 直線 l が辺 BC と交わるとき、その交点を Q とする。2 つの線分 OP, BQ の長さの和が 8 であるとき、 b の値を求めなさい。 (佐賀県)

解

- (1) 正方形の 1 辺の長さが 6 より、 $A(6, 0), C(0, 6)$ とわかる。

よって点 B の座標は、 $B(6, 6)$ ◀ 答

- (2) (ア) $y = \frac{3}{2}x + b$ に $B(6, 6)$ を代入して、

$$6 = \frac{3}{2} \times 6 + b \quad 6 = 9 + b \quad b = -3 \quad \text{◀ 答}$$

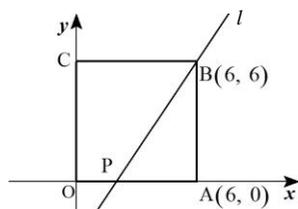
- (イ) 点 P の x 座標は、 $y = \frac{3}{2}x - 3$ に $y = 0$ を代入して、

$$0 = \frac{3}{2}x - 3$$

$$0 = 3x - 6 \quad \text{よって、} x = 2$$

$$AP = 6 - 2 = 4, \quad BA = 6 \text{ より、}$$

$$\triangle ABP = 4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 12 \quad \text{◀ 答}$$



- (3) 「塾技 22」より、直線 l は、 $O(0, 0)$ と $B(6, 6)$ の中点 $(3, 3)$ を通る。

$$y = \frac{3}{2}x + b \text{ に } (3, 3) \text{ を代入し、} b \text{ について解くと、} b = -\frac{3}{2} \quad \text{◀ 答}$$

- (4) 点 Q の x 座標は、 $y = \frac{3}{2}x + b$ に $y = 6$ を代入して、

$$6 = \frac{3}{2}x + b \quad 12 = 3x + 2b \quad \rightarrow \quad x = -\frac{2}{3}b + 4$$

点 P の x 座標は、 $y = \frac{3}{2}x + b$ に $y = 0$ を代入して、

$$0 = \frac{3}{2}x + b \quad 0 = 3x + 2b \quad \rightarrow \quad x = -\frac{2}{3}b$$

$OP + BQ = 8$ より、

$$\underbrace{0 - \left(-\frac{2}{3}b\right)}_{OP} + \underbrace{\left\{6 - \left(-\frac{2}{3}b + 4\right)\right\}}_{BQ} = 8$$

$$\frac{2}{3}b + 6 + \frac{2}{3}b - 4 = 8$$

$$\frac{4}{3}b = 6 \quad \text{これを解いて、} b = \frac{9}{2} \quad \text{◀ 答}$$

