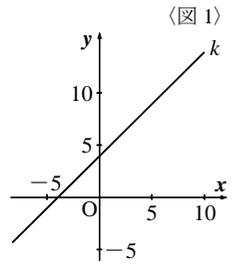


## 塾技 29 回転体の体積

### 問題 (難易度 C)

右の図1で、点Oは原点、直線kは一次関数 $y=x+4$ のグラフを表している。1から6の目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げて、大きいさいころの出た目の数を $a$ 、小さいさいころの出た目の数を $b$ とする。

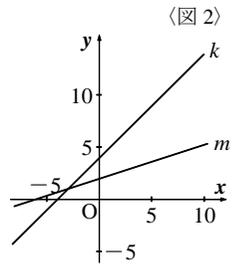


(1) 図1において、一次関数 $y=-ax+2b$ のグラフである直線 $l$ を引いた場合を考える。 $a=3, b=6$ のとき、2本の直線 $k, l$ および $x$ 軸で囲まれた三角形を $x$ 軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

ただし、円周率は $\pi$ とする。

(2) 右の図2は、図1において一次関数 $y=\frac{1}{3}x+2$ のグラフである直線 $m$ を引いた場合を表している。図2において、一次関数 $y=\frac{b}{a}x+10$ のグラフである直線 $n$ を引いた場合を考える。3本の直線 $k, m, n$ によって、三角形を作ることができない確率を求めよ。ただし、大小2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(都立国立高)



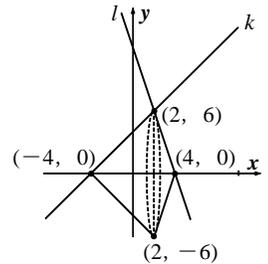
### 解

(1)  $l: y=-3x+12$  より、直線 $k$ と $l$ の交点は2直線を連立して、

$$\begin{cases} y=x+4 \\ y=-3x+12 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{aligned} x+4 &= -3x+12 \\ x &= 2 \end{aligned} \longrightarrow \text{交点}(2, 6)$$

一方、 $l$ と $x$ 軸および $k$ と $x$ 軸との交点は、それぞれの直線の式に $y=0$ を代入して、 $(4, 0)$ 、 $(-4, 0)$ と求まる。

「塾技29」例題補足より、求める立体の体積は、  
体積 $=\pi \times 6^2 \times \{4 - (-4)\} \times \frac{1}{3} = 96\pi$  ◀答



(2) 直線 $k$ と $m$ の交点を $P$ とすると、点 $P$ の座標は、

$$\begin{cases} y=x+4 \\ y=\frac{1}{3}x+2 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{aligned} x+4 &= \frac{1}{3}x+2 \\ 3x+12 &= x+6 \\ x &= -3 \end{aligned} \longrightarrow P(-3, 1)$$

3直線で三角形ができない場合は、「塾技15 2 (ii)」より以下3つの場合がある。

(i)  $n \parallel k$  のとき、 $(n \text{ の傾き}) = (k \text{ の傾き})$  より、 $\frac{b}{a} = 1 \dots \textcircled{1}$

(ii)  $n \parallel m$  のとき、 $(n \text{ の傾き}) = (m \text{ の傾き})$  より、 $\frac{b}{a} = \frac{1}{3} \dots \textcircled{2}$

(iii) 3直線が1点で交わる時  $\rightarrow P(-3, 1)$ を直線 $n$ が通るので、 $P(-3, 1)$ を代入。

$$1 = -\frac{3b}{a} + 10 \xrightarrow{\text{両辺を3で割る}} \frac{1}{3} = -\frac{b}{a} + \frac{10}{3} \quad \frac{b}{a} = \frac{10}{3} - \frac{1}{3} = 3 \dots \textcircled{3}$$

「塾技32 (1)」より、 $6 \times 6$ の表を用いて $\frac{b}{a}$ の値を考える。

①, ②, ③を満たすのは、右の表の○をつけた10通り。

よって、確率 $=\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$  ◀答

	1	2	3	4	5	6
(a)						
1	○		○			
2		○				○
3	○		○			
4				○		
5					○	
6	○					○