塾技 42　根号の計算の工夫

問題 1（難易度 A）

$(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$ を計算せよ。　（熊本県）

問題 2（難易度 B）

$\dfrac{(\sqrt{12}-\sqrt{3})(\sqrt{18}+\sqrt{3})}{\sqrt{6}}$ を計算し，分母に根号を含まない形で表しなさい。　（都立国立高）

問題 3　（難易度 A～B）

$(\sqrt{3}-1)(\sqrt{6}+\sqrt{2})+(\sqrt{2}-1)^2$ を計算せよ。

（都立両国高）

問題 4（難易度 B～C）

$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^3(\sqrt{2}-\sqrt{3})^5$ を計算せよ。

（久留米大学附設高）

解 1

$$
\begin{aligned}
&(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{5}+\sqrt{3})\\
&=\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})\\
&=\sqrt{2}\left\{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2\right\}\\
&=\sqrt{2}(5-3)\\
&=\mathbf{2\sqrt{2}}
\end{aligned}
$$

答

解 2

$$
\begin{aligned}
&\frac{(\sqrt{12}-\sqrt{3})(\sqrt{18}+\sqrt{3})}{\sqrt{6}}\\
&=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{4}-1)\times\sqrt{3}(\sqrt{6}+1)}{\sqrt{6}}\\
&=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times(2-1)\times(\sqrt{6}+1)}{\sqrt{6}}\\
&=\frac{3(\sqrt{6}+1)}{\sqrt{6}}\\
&=\frac{3\sqrt{6}(\sqrt{6}+1)}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}\\
&=\frac{{}^{6}\cancel{18}+{}^{1}\cancel{3}\sqrt{6}}{\cancel{6}_{2}}\\
&=\frac{\mathbf{6+\sqrt{6}}}{\mathbf{2}}
\end{aligned}
$$

答

解 3

$$
\begin{aligned}
&(\sqrt{3}-1)(\sqrt{6}+\sqrt{2})+(\sqrt{2}-1)^2\\
&=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{2}-1)^2\\
&=\sqrt{2}\left\{(\sqrt{3})^2-1^2\right\}+(2-2\sqrt{2}+1)\\
&=2\sqrt{2}+(3-2\sqrt{2})\\
&=\mathbf{3}
\end{aligned}
$$

答

解 4

$$
\begin{aligned}
&(\sqrt{2}+\sqrt{3})^3(\sqrt{2}-\sqrt{3})^5\\
&=(\sqrt{2}+\sqrt{3})^3(\sqrt{2}-\sqrt{3})^3(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2\\
&=\left\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})\right\}^3(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2\\
&=\left\{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2\right\}^3(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2\\
&=(2-3)^3(2-2\sqrt{6}+3)\\
&=-(5-2\sqrt{6})\\
&=\mathbf{-5+2\sqrt{6}}
\end{aligned}
$$

答