

塾技 44 2次方程式の解と係数の関係

問題 1 (難易度 A)

x についての2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の2つの解が -1 と 5 のとき、 a, b の値を求めなさい。

(日本大三高)

問題 2 (難易度 B)

2つの数 p と q がともに2次方程式 $x^2 - 3x + 1 = 0$ の解であるとき、 $p^2 + q^2 - 3(p + q) + 7$ の値を求めなさい。

(法政大三高)

解 1

与えられた2次方程式の解が -1 と 5 なので、「塾技 44」解法 2 より、 $x^2 + ax + b = 0$ …①は、 $(x + 1)(x - 5) = 0$ と左辺を因数分解できる。

$$(x + 1)(x - 5) = 0 \text{ より,}$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \text{ …②}$$

①と②の左辺どうしを比べて、 $a = -4$ 、 $b = -5$ 答

別解 「塾技 44」解法 3 の解と係数の関係を利用。

$$\left. \begin{array}{l} (2\text{つの解の和}) -1 + 5 = -\frac{a}{1} \\ (2\text{つの解の積}) -1 \times 5 = \frac{b}{1} \end{array} \right\} \text{これを解いて、} a = -4, b = -5 \quad \text{答}$$

解 2

「塾技 44」解法 3 の解と係数の関係より

$$(2\text{つの解の和}) p + q = -\frac{-3}{1} = 3 \text{ …①}$$

$$(2\text{つの解の積}) pq = \frac{1}{1} = 1 \text{ …②}$$

ここで、 $p^2 + q^2 - 3(p + q) + 7$ は対称式なので、「塾技 45 (3)」より、

$$\begin{aligned} & p^2 + q^2 - 3(p + q) + 7 \\ &= (p + q)^2 - 2pq - 3(p + q) + 7 \quad \text{①, ②を代入} \\ &= 3^2 - 2 \times 1 - 3 \times 3 + 7 \\ &= 5 \quad \text{答} \end{aligned}$$