

## 塾技 47 変域

### 問題 1 (難易度 A)

$y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、 $x = -2$  のとき  $y = 2$  である。また、 $x$  の変域が  $-4 \leq x \leq 3$  のとき、 $y$  の変域は  $a \leq y \leq b$  である。このとき、 $a$ 、 $b$  の値を求めなさい。(神奈川県立小田原高)

### 問題 2 (難易度 A)

関数  $y = ax^2$  について、 $x$  の変域が  $-4 \leq x \leq 2$  のとき、 $y$  の変域は  $0 \leq y \leq 32$  である。 $a$  の値を求めよ。また、この関数の  $x$  の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(福井県)

### 問題 3 (難易度 A)

関数  $y = ax^2$  について、 $x$  の変域が  $-4 \leq x \leq 5$  のとき、 $y$  の変域は  $-10 \leq y \leq b$  であった。このとき、 $a$ 、 $b$  の値を求めなさい。(神奈川県立多摩高)

### 問題 4 (難易度 A~B)

関数  $y = x^2$  と関数  $y = ax + b$  について、 $x$  の変域がともに  $-1 \leq x \leq 3$  のとき、 $y$  の変域が一致する。このとき、 $a$ 、 $b$  の値を求めなさい。ただし、 $a < 0$  とする。(神奈川県立光陵高)

### 解 1

$y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、 $x = -2$  のとき  $y = 2$  より、 $y = ax^2$  にそれぞれ代入して、

$$2 = 4a \quad a = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}x^2$$

「塾技 47 (2)」より、 $x$  の変域が負から正に変わり、(比例定数)  $> 0$  のとき、 $y$  の変域は必ず 0 以上となることので、 $a = 0$  **答** 一方、「塾技 47」塾技解説より、 $b$  の値には、 $x$  の変域の両端の値のうち絶対値の大きな  $-4$  が対応するので、 $b = \frac{1}{2} \times (-4)^2 = 8$  **答**

### 解 2

$x$  の変域が負から正に変わり、 $y$  の変域は 0 以上となっているので、「塾技 47」塾技解説より、 $x$  の変域の両端の値のうち絶対値の大きな  $-4$  が  $y = 32$  と対応するので、

$$32 = a \times 4^2 \quad \text{これを解いて } a = 2 \quad \text{答}$$

一方、 $x$  の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は、「塾技 48」より、

$$\text{変化の割合} = 2(1 + 3) = 8 \quad \text{答}$$

### 解 3

$x$  の変域が負から正に変わっているので、 $y$  の変域の片端は必ず 0 以上又は 0 以下となる。

$$-10 \leq y \leq b \text{ より、 } b = 0 \quad \text{答}$$

$$\text{一方、} a \text{ の値は、} y = ax^2 \text{ に } x = 5, y = -10 \text{ を代入し、} a = -\frac{2}{5} \quad \text{答}$$

### 解 4

$y = x^2$  において、 $-1 \leq x \leq 3$  のときの  $y$  の変域は、 $0 \leq y \leq 9$

一方、「塾技 16 (ii)」より、 $a < 0$  のときの 1 次関数における  $x$  と  $y$  の変域の対応の仕方は、 $x = -1$  のとき  $y = 9$ 、 $x = 3$  のとき  $y = 0$  とわかるので、それぞれ  $y = ax + b$  に代入して、

$$\begin{cases} 9 = -a + b \\ 0 = 3a + b \end{cases} \xrightarrow{\text{加減法}} a = -\frac{9}{4}, b = \frac{27}{4} \quad \text{答}$$