塾技 50　放物線と直線（2）

問題（難易度 B）

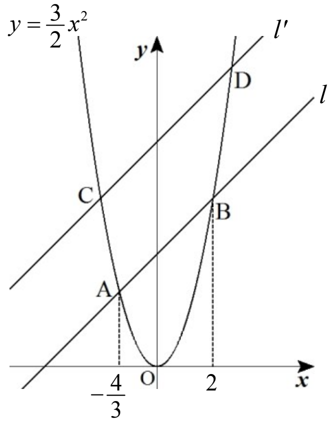
右の図のように，放物線 $y=\frac{3}{2}x^2$ が直線 l と 2 点 A，B で交わり，点 A，B の x 座標はそれぞれ $-\frac{4}{3}$，2 である。また，l と平行な直線 l' が放物線と交わる点を C，D とする。点 B と点 C の y 座標が等しいとき，次の問いに答えよ。

（1）直線 l の方程式を求めよ。

（2）点 D の座標を求めよ。

（3）△ABD と△ACD の面積の比を求めよ。

（関西学院高等部）



解

（1）「塾技 49」より，

直線 l の傾き$=\frac{3}{2}\left(-\frac{4}{3}+2\right)=1$

直線 l の y 切片$=-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times 2=4$

答 $\boldsymbol{y=x+4}$

（2）点 C の y 座標=点 B の y 座標= 6 より，点 C の x 座標は，

$$6=\frac{3}{2}x^2$$
$$12=3x^2$$
$$x^2=4$$
$$x=\pm 2 \qquad x<0 \text{ より，} x=-2$$

ここで，直線 l と l' は平行なので，l' の傾き$=l$ の傾き$=1$ とわかる。

「塾技 50」より，点 D の x 座標を d とし，l'の傾きについて立式すると，

$\frac{3}{2}(-2+d)=1$　これを解いて，$d=\frac{8}{3}$

一方，D の y 座標は，$y=\frac{3}{2}\times\left(\frac{8}{3}\right)^2=\frac{32}{3}$ となるので，D$\left(\frac{8}{3},\ \frac{32}{3}\right)$ と求められる。

答 $\mathbf{D}\left(\frac{8}{3},\ \frac{32}{3}\right)$

（3）△ABD と△ACD は高さが等しいので，面積比は底辺の比と等しくなる。

「塾技 18」（1）より，底辺 AB と CD の長さの比を x 軸上に移して，

$$\mathrm{AB}:\mathrm{CD}=2-\left(-\frac{4}{3}\right):\frac{8}{3}-(-2)$$
$$=\frac{10}{3}:\frac{14}{3}$$
$$=5:7$$

答 **5 : 7**