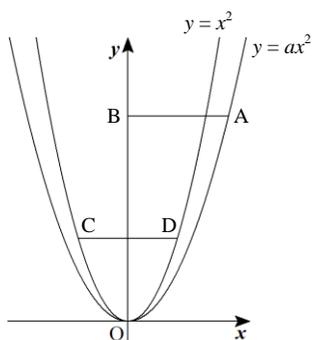


塾技 53 2つの放物線

問題 1 (難易度 A)

下の図のように、放物線 $y = ax^2$ 上に点 A があり、放物線 $y = x^2$ 上に 2 点 C、D がある。y 軸上に点 B があり、直線 AB と CD は x 軸に平行である。次の問いに答えよ。ただし、 $a > 0$ とする。

- (1) 点 A の x 座標が 6 で $AB = CD$ になるとき、点 D の座標を求めよ。
- (2) 点 A の y 座標が 6 で点 C の x 座標が -2 のとき、四角形 ABCD は平行四辺形になった。このとき a の値を求めよ。 (日本大二高)

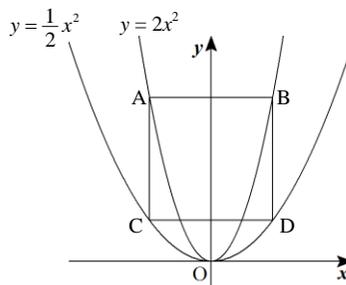


問題 2 (難易度 B)

下の図のように、関数 $y = 2x^2$ 、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に、4 点 A、B、C、D をとり、四角形 ACDB が正方形となるようにする。ただし、AB は x 軸に平行である。

座標軸の単位の長さを 1cm とするとき、正方形 ACDB の面積を求めなさい。

(筑波大附高)



解 1

- (1) 点 A の x 座標が 6 より、 $AB = 6$ によって、 $CD = 6$ となればよいので、D の x 座標は 3 とわかる。

答 D(3, 9)

- (2) $AB \parallel CD$ より、四角形 ABCD が平行四辺形となるには、 $AB = CD$ となればよい(このとき、1 組の対辺が平行でその長さが等しくなり、平行四辺形となる)。

(C の x 座標) = -2 より、 $CD = 4$ によって、 $AB = 4$ となればよいので、A の x 座標は 4 とわかる。A(4, 6) より、 $y = ax^2$ に A(4, 6) を代入して、

$$6 = 16a \quad a = \frac{3}{8} \quad \text{答}$$

解 2

点 D の x 座標を t とすると、4 点 A、B、C、D はそれぞれ、

$D(t, \frac{1}{2}t^2)$, $C(-t, \frac{1}{2}t^2)$, $B(t, 2t^2)$, $A(-t, 2t^2)$ とおける。四角形 ABCD は正方形より、

$AB = BD$ が成り立つので、

$$\underbrace{t - (-t)}_{AB} = \underbrace{2t^2 - \frac{1}{2}t^2}_{BD}$$

$$2t = \frac{3}{2}t^2$$

$$3t^2 - 4t = 0$$

$$t(3t - 4) = 0 \quad t = 0, \frac{4}{3} \quad t > 0 \text{ より, } t = \frac{4}{3}$$

よって、正方形 ABCD の面積は、

$$\text{正方形 ABCD} = (2t)^2 = \frac{64}{9} (\text{cm}^2) \quad \text{答}$$