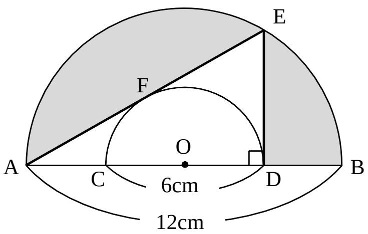
塾技 67　円と接線

問題（難易度 A～B）

右の図のように，点 O を中心とし，AB を直径とする半円（大きい半円）と，CD を直径とする半円（小さい半円）があり，AB = 12cm，CD = 6cm である。また，E は大きい半円の周上の点で，弦 AE は点 F で小さい半円に接し，AB⊥ED である。このとき，次の（1），（2）の問いに答えなさい。



（1）線分 AF の長さを求めなさい。

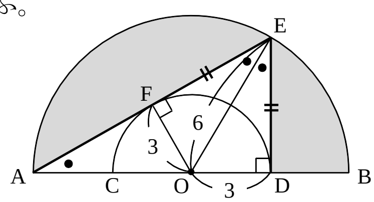
（2）図の灰色部分の面積を求めなさい。　　（佐賀県）

解

（1）右の図のように，O と E および O と F をそれぞれ結ぶ。

OD は小さい半円の半径と，OE は大きい半円の半径とそれぞれ等しいので，OD = 3，OE = 6 となる。

OD：OE = 1：2 より，△ODE は 30°，60°，90°の直角三角形とわかる。よって， $ED=\sqrt{3}OD=3\sqrt{3}$



ここで，「塾技 67」の塾技解説より，△EOD≡△EOF となり，

$EF = ED = 3\sqrt{3}$，∠OED =∠OEF = 30°となる。

一方，△OAE は，OA = OE の二等辺三角形より，∠OAE =∠OEF = 30°

よって，△ODE∽△EDA となり，△EDA も 30°，60°，90°の直角三角形となる。

$ED = EF = 3\sqrt{3}$，$EA = 2ED = 6\sqrt{3}$，$AF = EA - EF = \mathbf{3\sqrt{3}\,(cm)}$ 答

（2）（1）より，$ED=3\sqrt{3}$，$AD=\sqrt{3}\,ED=9$

$$(\text{求める面積})=(\text{大きい半円})-\triangle ADE$$
$$=6\times6\times\pi\times\frac{1}{2}-9\times3\sqrt{3}\times\frac{1}{2}$$
$$=\left(\mathbf{18\pi-\frac{27\sqrt{3}}{2}}\right)\ \mathbf{cm^2}$$ 答