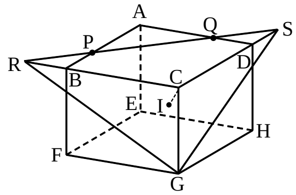
塾技 77　垂線の長さの求め方

問題（難易度 A～B）

右の図のように, 1辺の長さが3cmの立方体ABCDEFGHがあり, 辺AB上にAP：PB ＝ 2：1となる点Pをとり，また，AD上にAQ：QD ＝ 2：1となる点Qをとる。さらに，直線PQとCBの延長との交点をR，直線PQとCDの延長との交点をSとし，3点R，G，Sを結んで△RGSをつくる。



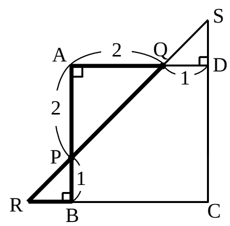
（1）線分RBの長さを求めなさい。

（2）頂点Cから△RGSへひいた垂線と△RGSとの交点をIとする。このとき，線分CIの長さを求めなさい。 （茨城県）

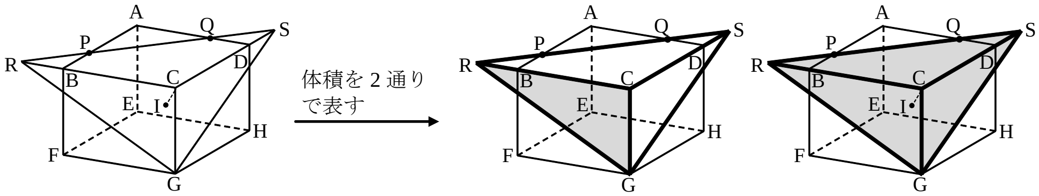
解

（1）右の図で，△PRB∽△PQAより，
△PRBは直角二等辺三角形となる。

答 **RB = 1(cm)**



（2）「塾技 77」より，同じ三角錐CRGSの体積を，△CRGを底面，SCを高さと考えた三角錐S−CRG（図1）と，△RGSを底面，CIを高さと考えた三角錐C−RGS（図2）の2通りの方法で表せばよい。



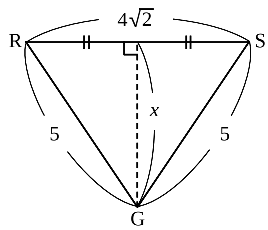
〈図1〉　〈図2〉

ここで△RGSは，（1）の図より，RS $=\sqrt{2}$ RC $= 4\sqrt{2}$

一方，RGは△CRGに三平方の定理を用いて，

$$RG=\sqrt{RC^2+CG^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$$

右の図で，　$x=\sqrt{5^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{17}$



以上より，求める線分CIの長さを h とすると，

$$\underbrace{4\sqrt{2}\times\sqrt{17}\times\frac{1}{2}\times h\times\frac{1}{3}}_{\text{三角錐 C−RGS}}=\underbrace{4\times3\times\frac{1}{2}\times4\times\frac{1}{3}}_{\text{三角錐 S−CRG}}$$

$$2\sqrt{34}h=24$$

$$h=\frac{12}{\sqrt{34}}=\frac{12\sqrt{34}}{34}=\boldsymbol{\frac{6\sqrt{34}}{17}}\ \textbf{(cm)}$$ **答**