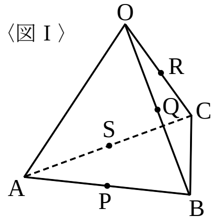
塾技 80　正多面体（1）

問題（難易度 A～B）

図 I のように，1 辺の長さが 4cm の，透明なガラス板をはり合わせて組み立てられた正四面体 OABC において，辺 AB，辺 OB，辺 OC，辺 AC の中点をそれぞれ P，Q，R，S とする。このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，ガラス板の厚みは考えないものとする。

〈図 I〉



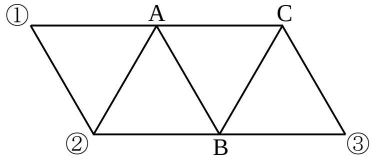
［問 1］OP の長さを求めなさい。

［問 2］△OPC の面積を求めなさい。

［問 3］四面体 OPCA の体積を求めなさい。

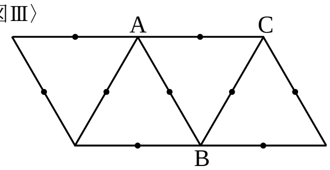
［問 4］図 I の正四面体 OABC を図 II のように展開するとき，頂点 O と一致する点を①，②，③からすべて選び，番号で答えなさい。

〈図 II〉



［問 5］図 I の正四面体 OABC 上に，点 P と点 Q，点 Q と点 R，点 R と点 S，点 S と点 P を結ぶ線分をそれぞれ油性マーカーでかいた後に，図 III のように展開するとき，油性マーカーでかかれた線分の見え方を，定規を用いて図 III の中にかきなさい。なお，図 III の ● は図 I の正四面体のそれぞれの辺の中点を表すものとする。（鳥取県）

〈図 III〉



解

［問 1］OP は，1 辺 4cm の正三角形の高さとなるので，$OP=\sqrt{3}AP=\mathbf{2\sqrt{3}(cm)}$ 答

［問 2］△OPC の高さは，正四面体 OABC の高さと一致する。「塾技 80（1）」より，

$$高さ=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 4=\frac{4\sqrt{6}}{3}$$

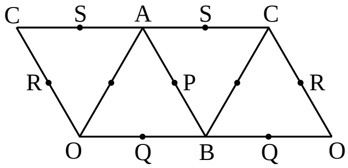
よって，△OPC の面積は，$△OPC=2\sqrt{3}\times\frac{4\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{2}=\mathbf{4\sqrt{2}(cm^2)}$ 答

［問 3］四面体 OPCA は，底面が△APC の三角錐 O−APC と考えると，底面が△ABC の三角錐 O−ABC の $\frac{1}{2}$ となる。「塾技 80（2）」より，

$$四面体OPCA=\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{12}\times 4^3}_{正四面体OABC}\times\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{8\sqrt{2}}{3}(cm^3)}$$ 答

［問 4］②，③ 答

［問 5］各点は以下のようになる。



答