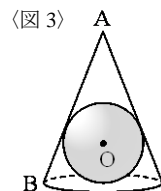
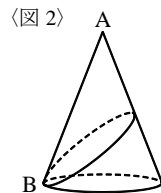
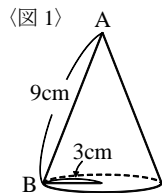


塾技 88 内接球 (1)

問題 (難易度 A)

図 1 のような、底面の半径 3cm、母線 AB の長さ 9cm の円錐がある。このとき、次の (1) ~ (5) に答えなさい。

- (1) 円錐の高さを求めよ。
- (2) 円錐の体積を求めよ。
- (3) 円錐の表面積を求めよ。
- (4) 図 2 のように、点 B から円錐の側面にそって一周し、点 B にもどる曲線をひく。この曲線が最も短くなるときの長さを求めよ。
- (5) 図 3 のように、この円錐にちょうどはいる大きさの球 O がある。球 O の半径を求めよ。

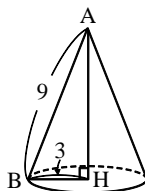


(佐賀県)

解

- (1) 右の図のように A から底面に垂線 AH を下ろし、 $\triangle ABH$ に三平方の定理を用いると、

$$AH = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)} \quad \leftarrow \text{答}$$



- (2) 体積 = 底面積 \times 高さ $\times \frac{1}{3}$ より

$$\text{体積} = 3 \times 3 \times \pi \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = 18\sqrt{2}\pi \text{ (cm}^3\text{)} \quad \leftarrow \text{答}$$

- (3) 表面積 = 側面積 + 底面積 より、

$$\text{表面積} = \frac{9 \times 3 \times \pi}{\text{塾技 8 (2)}} + 3 \times 3 \times \pi = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \leftarrow \text{答}$$

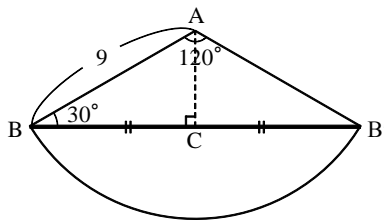
- (4) 「塾技 78 (1)」より、まずは中心角を求める。「塾技 8 (3)」より、

$$\text{中心角} = 360 \times \frac{3}{9} = 120^\circ$$

求める長さは、右の図の BB' となる。

A から BB' に垂線 AC を下ろすと、 $\triangle ABC$ は 30° 、 60° 、 90° の直角三角形となるので、

$$BC = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{9\sqrt{3}}{2} \quad \text{よって、} BB' = 2BC = 9\sqrt{3} \text{ (cm)} \quad \leftarrow \text{答}$$



- (5) 「塾技 88」より、円錐と球の接点および球の中心を通る平面で切り出すと、右の図のようになる。求める球の半径を r とすると、「塾技 68 (4)」より、

$$\frac{r}{2} (9 + 9 + 6) = 6 \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$$

$$12r = 18\sqrt{2}$$

$$\text{よって、} r = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm} \quad \leftarrow \text{答}$$

