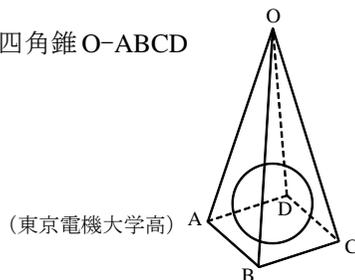


塾技 90 内接球 (3)

問題 (難易度 B)

図のように底面が1辺2cmの正方形で、他の辺が $\sqrt{26}$ cmの正四角錐O-ABCDに球が内接しています。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 正四角錐O-ABCDの体積を求めなさい。
- (2) 正四角錐O-ABCDの表面積を求めなさい。
- (3) 内接している球の半径を求めなさい。



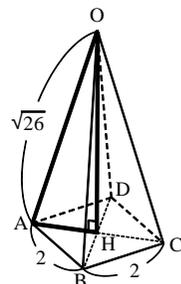
解

- (1) 右の図のように、Oから底面に垂線OHを下ろすと、
「塾技79」例題より、Hは底面の正方形の対角線の交点と一致する。

$AC = 2\sqrt{2}$ より、 $AH = \sqrt{2}$ $\triangle OAH$ に三平方の定理を用いて、

$$OH = \sqrt{(\sqrt{26})^2 - (\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{6}$$

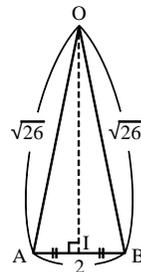
よって、体積 $= 2 \times 2 \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{3} = \frac{8\sqrt{6}}{3} (\text{cm}^3)$ ◀ 答



- (2) 右の図のように側面の二等辺三角形OABの高さをOIとする。
 $\triangle OAI$ に三平方の定理を用いて、

$$OI = \sqrt{(\sqrt{26})^2 - 1^2} = 5$$

よって、表面積 $= 2 \times 5 \times \frac{1}{2} \times 4 + 2 \times 2$
~~~~~ 側面積      底面積  
 $= 24 (\text{cm}^2)$  ◀ 答



- (3) 求める球の半径を  $r$  とすると、「塾技90 (2)」より、

$$\frac{r}{3} \times (\text{表面積}) = (\text{体積})$$

$$\frac{r}{3} \times 24 = \frac{8\sqrt{6}}{3}$$

$$24r = 8\sqrt{6}$$

$$r = \frac{\sqrt{6}}{3} (\text{cm})$$
 ◀ 答