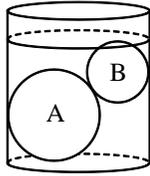


塾技 91 内接球 (4)

問題 1 (難易度 A~B)

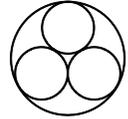
右の図のように、底面の直径が 18cm の円柱の容器の中に、半径 6cm の球 A と半径 4cm の球 B とがそれぞれ円柱の内側に接するように入っている。いま、水を容器にそそぎ込み、球 B の最上部まで入れたとき、水の深さは何 cm か。 (京都府)



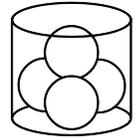
問題 2 (難易度 B~C)

次の問いに答えなさい。

(1) 図のように、大円 1 個と半径 1 の小円 3 個とが互いに接している。大円の半径 R を求めなさい。

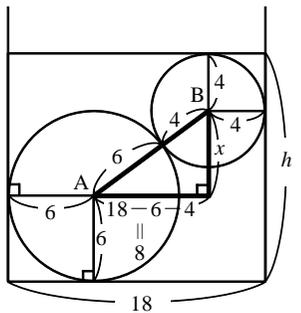


(2) 図のように、4 つの球と円柱がある。4 つの球は大きさが等しく互いに接している。また、下の 3 つの球は円柱の底面および側面に接しており、上の球は円柱の上面に接している。球の半径を 1 とするとき、円柱の高さ h を求めなさい。 (中央大附高)



解 1

「塾技 91 (2)」より、水の深さを h として、下の図のような平面で切り出して考えればよい。



中にできる直角三角形は、2 辺の比が、

$$10 : 8 = 5 : 4$$

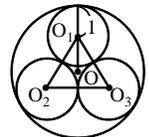
となっているので、「塾わざ 71 2」の 3 : 4 : 5 の直角三角形となることがわかる。よって、 $x = 6$ と求まる (三平方の定理で求めてもよい)。

図より、水の深さ h は、

$$h = 4 + x + 6 = 4 + 6 + 6 = 16(\text{cm}) \quad \leftarrow \text{答}$$

解 2

(1) 右の図のように、小円の中心をそれぞれ O_1, O_2, O_3 とすると、 $\triangle O_1O_2O_3$ は 1 辺 2 の正三角形となる。



大円の中心を O とすると、 O は、 $\triangle O_1O_2O_3$ の重心 (塾技 59 3) と一致するので、線分 O_1O の長さは、 $\triangle O_1O_2O_3$ の高さの $\frac{2}{3}$ となる。よって、

$$O_1O = \sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$R = 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{3} \quad \leftarrow \text{答}$$

(2) 「塾技 91 (3)」より、4 つの球の中心を結ぶと円柱の中に 1 辺 2 の正四面体ができる。「塾技 91 (3)」の図より、 h は、球の半径 2 つ分と 1 辺 2 の正四面体の高さの和となることがわかる。よって、

$$h = 2 + \frac{\sqrt{6}}{3} \times 2 = \frac{6 + 2\sqrt{6}}{3} \quad \leftarrow \text{答}$$

塾技 80(1)