

難

塾技 13 いろいろな連立方程式

問題 1

$\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = 1, \frac{1}{x-y} + \frac{2}{x+y} = 7$  のとき,  $x, y$  の値を求めよ。

(東大寺学園高)

問題 2

連立方程式  $\begin{cases} \sqrt{3}x + \sqrt{5}y = 2 \\ \sqrt{5}x - \sqrt{3}y = 2 \end{cases}$  を解いて, 次の式の値を求めよ。

(i)  $x + y$

(ii)  $x^2 - 4xy + y^2$

(慶應義塾高)

解 1

「塾技 13 (3)」を応用し,  $\frac{1}{x-y} = A, \frac{1}{x+y} = B$  とおき, 分母の文字をなくして考える。

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = 1 &\rightarrow A - B = 1 \\ \frac{1}{x-y} + \frac{2}{x+y} = 7 &\rightarrow A + 2B = 7 \end{aligned} \xrightarrow{\text{加減法}} A = 3, B = 2$$

$\frac{1}{x-y} = 3$  より, 逆数を考えて,  $x - y = \frac{1}{3}$  …① 同様に,  $x + y = \frac{1}{2}$  …②

①, ②を連立して,  $x = \frac{5}{12}, y = \frac{1}{12}$  ◀答

解 2

$$\begin{aligned} \begin{cases} \sqrt{3}x + \sqrt{5}y = 2 & \dots ① \\ \sqrt{5}x - \sqrt{3}y = 2 & \dots ② \end{cases} &\xrightarrow{\text{①} \times \sqrt{3} + \text{②} \times \sqrt{5}} \begin{aligned} 3x + \sqrt{15}y &= 2\sqrt{3} \\ +) 5x - \sqrt{15}y &= 2\sqrt{5} \\ \hline 8x &= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} \\ x &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{4} \end{aligned} \\ &\xrightarrow{\text{①} \times \sqrt{5} - \text{②} \times \sqrt{3}} \begin{aligned} \sqrt{15}x + 5y &= 2\sqrt{5} \\ -) \sqrt{15}x - 3y &= 2\sqrt{3} \\ \hline 8y &= 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} \\ y &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{4} \end{aligned} \end{aligned}$$

(i)  $x + y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$  ◀答

(ii)  $x^2 - 4xy + y^2$   
 $= (x + y)^2 - 6xy$  } 「塾技 45 (3)」  
 $= (\frac{\sqrt{5}}{2})^2 - 6(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{4})(\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{4}) = \frac{5}{4} - 6 \times \frac{5-3}{16} = \frac{1}{2}$  ◀答