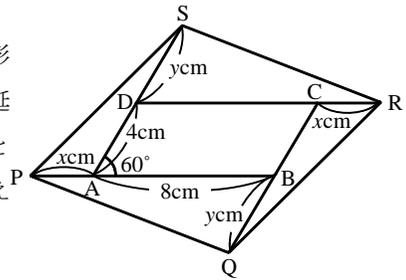


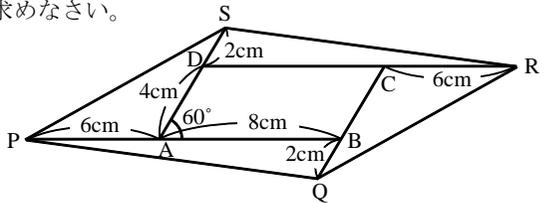
難 塾技 15 直線の式と位置

問題

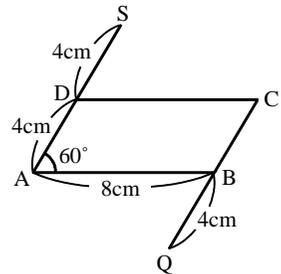
$AB = DC = 8\text{cm}$, $AD = BC = 4\text{cm}$, $\angle DAB = 60^\circ$ の平行四辺形 $ABCD$ があります。図のように、平行四辺形 $ABCD$ の各辺の延長線上に 4 点 P , Q , R , S を $AP = CR = x\text{cm}$, $BQ = DS = y\text{cm}$ となるようにとり、四角形 $PQRS$ をつくります。次の問いに答えなさい。
 (筑波大附駒場高)



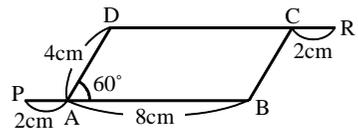
(1) $x=6$, $y=2$ のとき、四角形 $PQRS$ の面積を求めなさい。



(2) $y=4$ のとき、四角形 $PQRS$ はひし形になりました。 x の値を求めなさい。



(3) $x=2$ のとき、四角形 $PQRS$ は長方形になりました。 y の値を求めなさい。



----- 解答は次のページ -----

解

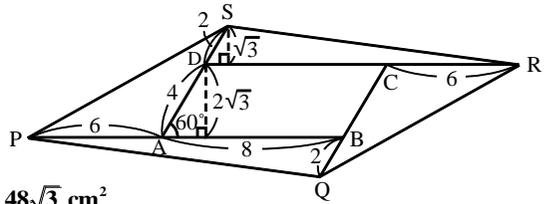
(1) 四角形PQRS

$$= (\triangle SPA + \triangle SDR) \times 2 + \square ABCD$$

$$= (6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} + 14 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2}) \times 2 + 8 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 48\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

答 $48\sqrt{3} \text{ cm}^2$



(2)

★ ここでは、「塾技 100」で取り上げることができなかった“座標平面の導入”を利用して解く。

(SP = SR を利用して、三平方の定理で立式するのが通常解法だが、難関高校受験者はこのような技もあることを覚えてほしい。)

右の図のように、頂点 A を原点と考えて座標平面を導入すると、点 P, Q, R, S は、

$$P(-x, 0), Q(6, -2\sqrt{3}), R(10+x, 2\sqrt{3}), S(4, 4\sqrt{3})$$

とそれぞれ表すことができる。四角形 PQRS はひし形より、 $PR \perp SQ$ となる。よって、

「塾技 15 2 (i) (2)」より、

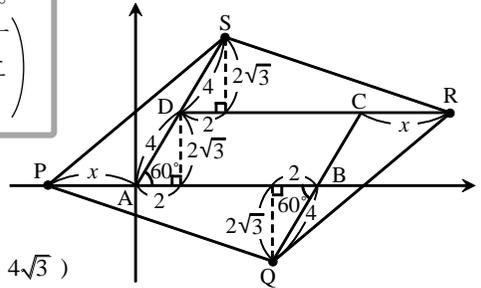
$$(\text{直線 PR の傾き}) \times (\text{直線 SQ の傾き}) = -1$$

$$\frac{2\sqrt{3}-0}{10+x-(-x)} \times \frac{-2\sqrt{3}-4\sqrt{3}}{6-4} = -1$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{10+2x} \times (-3\sqrt{3}) = -1$$

$$-\frac{18}{10+2x} = -1 \quad 10+2x=18 \quad x=4$$

答 $x=4$



(3) (2) と同様に座標平面を導入すると、点 P, Q, R, S は、

$$P(-2, 0), Q(8 - \frac{y}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}y), R(12, 2\sqrt{3}), S(2 + \frac{y}{2}, 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}y)$$

とそれぞれ表すことができる。四角形 PQRS は長方形より、

$PS \perp SR$ となる。よって、「塾技 15 2 (i) (2)」より、

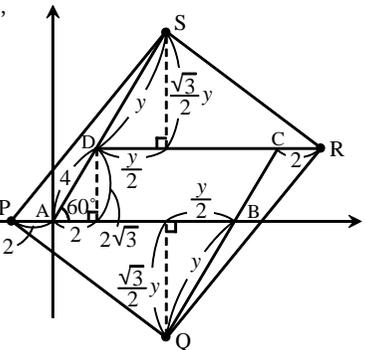
$$(\text{直線 PS の傾き}) \times (\text{直線 SR の傾き}) = -1$$

$$\frac{2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}y - 0}{2 + \frac{y}{2} - (-2)} \times \frac{2\sqrt{3} - (2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}y)}{12 - (2 + \frac{y}{2})} = -1$$

$$\frac{2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}y}{4 + \frac{y}{2}} \times \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}y}{10 - \frac{y}{2}} = -1$$

$$\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}y(2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}y)}{(4 + \frac{y}{2})(10 - \frac{y}{2})} = -1$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}y(2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}y) = (4 + \frac{y}{2})(10 - \frac{y}{2}) \quad y^2 = 40 \quad y = \pm 2\sqrt{10}$$



答 $y = 2\sqrt{10}$