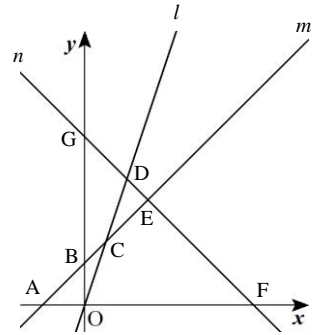


難

塾技 17 座標平面上の三角形 (1)

問題

右の図で、点 O は原点、直線 l は関数  $y=kx$  のグラフ、直線 m は関数  $y=x+k-1$  のグラフ、直線 n は関数  $y=-x+2k+2$  のグラフを表している。ただし、 $k > 1$  である。直線 m と x 軸との交点を A、直線 m と y 軸との交点を B、直線 l と直線 m との交点を C、直線 l と直線 n との交点を D、直線 m と直線 n との交点を E、直線 n と x 軸との交点を F、直線 n と y 軸との交点を G とする。原点 O から点 (1, 0) までの距離、および原点 O から点 (0, 1) までの距離をそれぞれ 1cm として、次の問いに答えなさい。



- (1)  $k=3$  のとき、 $\triangle CED$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。
- (2) 四角形 BCDG の面積が  $9\text{cm}^2$  のとき、 $k$  の値を求めなさい。
- (3)  $\triangle AFE$  の面積が  $\triangle BEG$  の面積の 4 倍となるときの、 $k$  の値を求めなさい。 (都立国立高)

解

- (1)  $l: y=3x$ ,  $m: y=x+2$ ,  $n: y=-x+8$  より、交点 C, D, E はそれぞれ、  
 C(1, 3), D(2, 6), E(3, 5) と求まる。  
 D と y 軸に平行な直線と m との交点を H とすると、  
 H(2, 4) となる。「塾技 17 (2)」より、

$$\triangle CED = (6-4) \times (3-1) \times \frac{1}{2} = 2\text{cm}^2 \quad \text{答}$$

(2) 交点 C  $\begin{cases} y=kx \\ y=x+k-1 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{cases} kx=x+k-1 \\ x=\frac{k-1}{k-1}=1 \end{cases} \rightarrow C(1, k)$

交点 D  $\begin{cases} y=kx \\ y=-x+2k+2 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{cases} kx=-x+2k+2 \\ x=\frac{2k+2}{k+1}=\frac{2(k+1)}{k+1}=2 \end{cases} \rightarrow D(2, 2k)$

点 B : m の y 切片 =  $k-1$  より、 $B(0, k-1)$     点 G : n の y 切片 =  $2k+2$  より、 $G(0, 2k+2)$

$$\text{四角形 BCDG} = \triangle ODG - \triangle OCB = (2k+2) \times 2 \times \frac{1}{2} - (k-1) \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}k + \frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{2}k + \frac{5}{2} = 9 \text{ より、} 3k + 5 = 18 \quad \text{これを解いて、} k = \frac{13}{3} \quad \text{答}$$

(3) 交点 E  $\begin{cases} y=x+k-1 \\ y=-x+2k+2 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{cases} x+k-1=-x+2k+2 \\ x=\frac{k+3}{2}, y=\frac{3k+1}{2} \end{cases} \rightarrow E(\frac{k+3}{2}, \frac{3k+1}{2})$

点 A の x 座標は m に  $y=0$  を代入して、 $x=-k+1$

点 F の x 座標は n に  $y=0$  を代入して、 $x=2k+2$

$\triangle AFE = 4 \times \triangle BEG$  より、

$$\left\{ (2k+2) - (-k+1) \right\} \times \frac{3k+1}{2} \times \frac{1}{2} = 4 \times \left\{ (2k+2) - (k-1) \right\} \times \frac{k+3}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{(3k+1)^2}{4} = (k+3)^2$$

$$5k^2 - 18k - 35 = 0$$

$$(k-5)(5k+7) = 0 \quad k=5, -\frac{7}{5} \quad k > 1 \text{ より、} k = 5 \quad \text{答}$$

