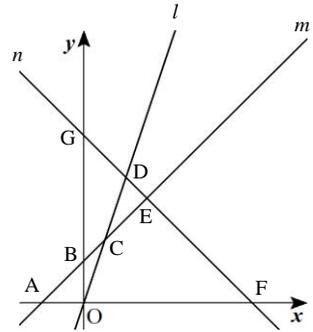


問題

右の図で、点 O は原点、直線 l は関数 $y=kx$ のグラフ、直線 m は関数 $y=x+k-1$ のグラフ、直線 n は関数 $y=-x+2k+2$ のグラフを表している。ただし、 $k > 1$ である。直線 m と x 軸との交点を A 、直線 m と y 軸との交点を B 、直線 l と直線 m との交点を C 、直線 l と直線 n との交点を D 、直線 m と直線 n との交点を E 、直線 n と x 軸との交点を F 、直線 n と y 軸との交点を G とする。原点 O から点 $(1, 0)$ までの距離、および原点 O から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ 1cm として、次の問いに答えなさい。



- (1) $k=3$ のとき、 $\triangle CED$ の面積は何 cm^2 か。
- (2) 四角形 $BCDG$ の面積が 9cm^2 のとき、 k の値を求めなさい。
- (3) $\triangle AFE$ の面積が $\triangle BEG$ の面積の 4 倍となるときの、 k の値を求めなさい。 (都立国立高)

解

- (1) $l: y=3x$, $m: y=x+2$, $n: y=-x+8$ より、交点 C, D, E はそれぞれ、
 $C(1, 3)$, $D(2, 6)$, $E(3, 5)$ と求まる。
 D と y 軸に平行な直線と m との交点を H とすると、
 $H(2, 4)$ となる。「塾技 17 (2)」より、

$$\triangle CED = (6-4) \times (3-1) \times \frac{1}{2} = 2\text{cm}^2 \quad \text{答}$$

(2) 交点 $C \begin{cases} y=kx \\ y=x+k-1 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{cases} kx=x+k-1 \\ x=\frac{k-1}{k-1}=1 \end{cases} \rightarrow C(1, k)$

交点 $D \begin{cases} y=kx \\ y=-x+2k+2 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{cases} kx=-x+2k+2 \\ x=\frac{2k+2}{k+1}=\frac{2(k+1)}{k+1}=2 \end{cases} \rightarrow D(2, 2k)$

点 $B: m$ の y 切片 $=k-1$ より、 $B(0, k-1)$ 点 $G: n$ の y 切片 $=2k+2$ より、 $G(0, 2k+2)$

$$\text{四角形 } BCDG = \triangle ODG - \triangle OCB = (2k+2) \times 2 \times \frac{1}{2} - (k-1) \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}k + \frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{2}k + \frac{5}{2} = 9 \text{ より、} 3k + 5 = 18 \quad \text{これを解いて、} k = \frac{13}{3} \quad \text{答}$$

(3) 交点 $E \begin{cases} y=x+k-1 \\ y=-x+2k+2 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{cases} x+k-1=-x+2k+2 \\ x=\frac{k+3}{2}, y=\frac{3k+1}{2} \end{cases} \rightarrow E(\frac{k+3}{2}, \frac{3k+1}{2})$

点 A の x 座標は m に $y=0$ を代入して、 $x=-k+1$

点 F の x 座標は n に $y=0$ を代入して、 $x=2k+2$

$\triangle AFE = 4 \times \triangle BEG$ より、

$$\left\{ (2k+2) - (-k+1) \right\} \times \frac{3k+1}{2} \times \frac{1}{2} = 4 \times \left\{ (2k+2) - (k-1) \right\} \times \frac{k+3}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{(3k+1)^2}{4} = (k+3)^2$$

$$5k^2 - 18k - 35 = 0$$

$$(k-5)(5k+7) = 0 \quad k=5, -\frac{7}{5} \quad k > 1 \text{ より、} k=5 \quad \text{答}$$

