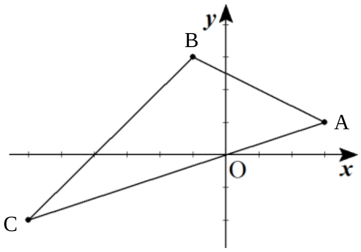
難 塾技 20　座標平面上の三角形（4）

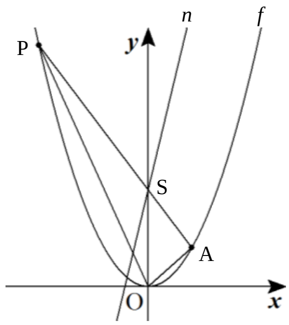
問題 1

3 点 A(3，1)，B(−1，3)，C(−6，−2)を頂点とする△ABC がある。原点 O(0, 0)を通る直線をひいて，△ABC の面積を 2 等分したい。この直線の式を求めよ。（青山学院高）



問題 2

右の図で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$のグラフを表している。点 A は曲線 f 上にあり，x 座標は 4 である。曲線 f 上にあり，x 座標が負の数であり，y 座標が点 A の y 座標より大きい点を P とする。点 A と点 P を結び，線分 AP と y 軸との交点を S，点 S を通る直線を n とし，点 O と点 A，点 O と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。点 P の y 座標が 25 で直線 n が△OAP の面積を 2 等分するとき，直線 n の式を求めよ。（都立西高）

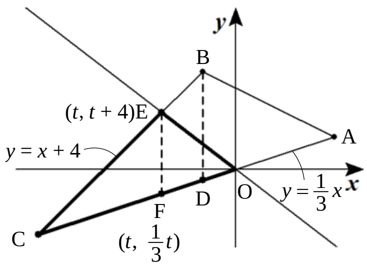


解答は次のページ

解1

点 B を通る y 軸に平行な直線と CA との交点を D とすると，D の y 座標は，CA : $y=\frac{1}{3}x$ に $x=-1$ を代入し $y=-\frac{1}{3}$　　「塾技 17（2）」より，

$$\triangle ABC=\left\{3-(-\frac{1}{3})\right\}\times\{3-(-6)\}\times\frac{1}{2}=15$$



ここで，求める直線と BC との交点を E とする。

「塾技 20（2）」より，E を文字で表し，条件で立式すればよい。E の x 座標を t とおくと，

BC : $y=x+4$ より，E(t，$t+4$)とおける。

E を通り y 軸に平行な直線と CA との交点を F とすると，F(t，$\frac{1}{3}t$)とおける。

△ECO の面積は△ABC の面積の $\frac{1}{2}$ より，

$$\left\{(t+4)-\frac{1}{3}t\right\}\times\{0-(-6)\}\times\frac{1}{2}=\frac{15}{2}$$

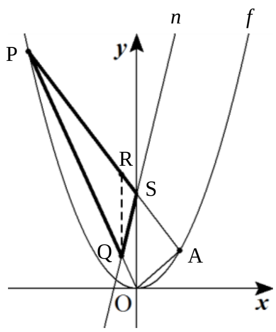
$$t=-\frac{9}{4}\quad\rightarrow\quad E(-\frac{9}{4},\ \frac{7}{4})$$

E($-\frac{9}{4}$，$\frac{7}{4}$)を $y=ax$ に代入して，$\frac{7}{4}=-\frac{9}{4}a$　　これを解いて，$a=-\frac{7}{9}$　　答　$\boldsymbol{y=-\frac{7}{9}x}$

解2

f： $y=\frac{1}{4}x^2$ より，A(4，4)とわかる。

また，点 P は，f の式に $y=25$ を代入して，$x=\pm10$ より P(−10，25)



よって，直線 PA の式は「塾技 49」より，

$$\begin{cases}\text{傾き}=\frac{1}{4}(-10+4)=-\frac{3}{2}\\ y\text{ 切片}=-\frac{1}{4}\times(-10)\times4=10\end{cases}\quad\rightarrow\quad PA: y=-\frac{3}{2}x+10$$

以上より，△OAP の面積を求めると，「塾技 17（2）」より，

$$\triangle OAP=10\times\{4-(-10)\}\times\frac{1}{2}=70$$

ここで，求める直線 n と OP との交点を Q とする。

「塾技 20（2）」より，Q を文字で表し，条件で立式すればよい。

Q の x 座標を t とおくと，OP： $y=-\frac{5}{2}x$ より，Q(t，$-\frac{5}{2}t$)とおける。

Q を通り y 軸に平行な直線と PA との交点を R とすると，R(t，$-\frac{3}{2}t+10$)とおける。

△PQS の面積は△OAP の面積の $\frac{1}{2}$ より，

$$\left\{-\frac{3}{2}t+10-(-\frac{5}{2}t)\right\}\times\{0-(-10)\}\times\frac{1}{2}=\frac{70}{2}$$

$$t=-3\quad\rightarrow\quad Q(-3,\ \frac{15}{2})$$

直線 n は，$y=ax+10$ に Q(−3，$\frac{15}{2}$)を代入して，

$\frac{15}{2}=-3a+10$　　これを解いて，$a=\frac{5}{6}$　　答　$\boldsymbol{y=\frac{5}{6}x+10}$