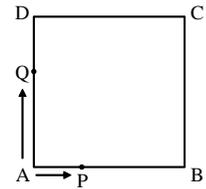
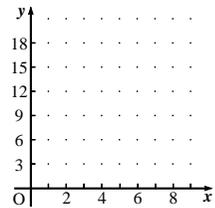


問題

図のような 1 辺の長さ 6cm の正方形 ABCD がある。点 P は頂点 A を出発し、正方形の周上を毎秒 1cm の速さで左回りに進む。また点 Q は頂点 A を点 P と同時に出発し、正方形の周上を毎秒 2cm の速さで右回りに進む。なお、P、Q は最初に出会うまで進み、その後停止する。最初に出会うまでの時間を a 秒として、次の問いに答えなさい。



- (1) a の値を求めなさい。またそのときの、PC の長さを求めなさい。
- (2) 出発して x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とする。 $0 < x < a$ の範囲において、 y を x で表し、グラフをかきなさい。
 - (ア) $0 < x < (\quad)$ のとき、 $y = (\quad)$
 - (イ) $(\quad) \leq x < (\quad)$ のとき、 $y = (\quad)$
 - (ウ) $(\quad) \leq x < a$ のとき、 $y = (\quad)$
- (3) 出発して x 秒後に、 $\triangle ABQ$ の面積が $\triangle APQ$ の面積の 2 倍になる。 x の値を求めなさい。 (大阪教育大附高池田)



----- 解答は次のページ -----

解

(1) (a 秒間に点 P と C が進む距離の和) = (正方形の周)より,

$$(1+2)a = 6 \times 4 \quad a = 8 \quad \text{答}$$

このとき、P は BC 上の頂点 B から 2cm のところにいるので、 $PC = 4\text{cm}$ 答

(2) 「塾技 28 (1)」より、カドで場合分けして考えればよい。

$$\begin{array}{l}
 \text{点 P : 0 秒} \xrightarrow{\text{AB 上}} 6 \text{ 秒} \xrightarrow{\text{BC 上}} 8 \text{ 秒} \\
 \text{点 Q : 0 秒} \xrightarrow{\text{AD 上}} 3 \text{ 秒} \xrightarrow{\text{DC 上}} 6 \text{ 秒} \xrightarrow{\text{BC 上}} 8 \text{ 秒}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l}
 0 < x < 3 \\
 3 \leq x < 6 \\
 6 \leq x < 8
 \end{array} \right\} \text{に場合分けできる。}$$

(ア) $0 < x < 3$ のとき,

$$\text{図 1 より, } y = x \times 2x \times \frac{1}{2} = x^2$$

$$\text{答 } 3, x^2$$

(イ) $3 \leq x < 6$ のとき,

$$\text{図 2 より, } y = x \times 6 \times \frac{1}{2} = 3x$$

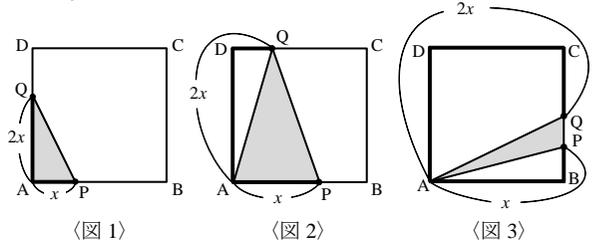
$$\text{答 } 3, 6, 3x$$

(ウ) $6 \leq x < 8$ のとき,

$$\text{図 3 より, } QP = 6 \times 4 - x - 2x = 24 - 3x$$

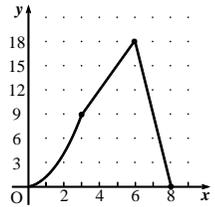
$$y = (24 - 3x) \times 6 \times \frac{1}{2} = 72 - 9x$$

$$\text{答 } 6, 72 - 9x$$



(ア) (イ) (ウ) をそれぞれグラフで表すと右の図のようになる。

答



(3) (2) と同様に $\triangle ABQ$ の面積を場合分けをして考える。

(ア') $0 < x < 3$ のとき,

$$\triangle ABQ = 6 \times 2x \times \frac{1}{2} = 6x \quad \text{このとき, } \triangle ABQ = 2\triangle APQ \text{ となる } x \text{ の値は,}$$

$$6x = 2x^2 \text{ より, } x^2 - 3x = 0 \quad x(x-3) = 0 \quad x = 0, 3$$

$\rightarrow 0 < x < 3$ を満たさない。

(イ') $3 \leq x < 6$ のとき,

$$\triangle ABQ = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18 \quad \text{このとき, } \triangle ABQ = 2\triangle APQ \text{ となる } x \text{ の値は,}$$

$$18 = 2 \times 3x \text{ より, } x = 3 \rightarrow 3 \leq x < 6 \text{ を満たす。}$$

(ウ') $6 \leq x < 8$ のとき,

$$\triangle ABQ = 6 \times \frac{18-2x}{2} \times \frac{1}{2} = 54 - 6x \quad \text{このとき, } \triangle ABQ = 2\triangle APQ \text{ となる } x \text{ の値は,}$$

$$54 - 6x = 2(72 - 9x) \text{ より, } x = \frac{15}{2} \rightarrow 6 \leq x < 8 \text{ を満たす。}$$

以上より、求める x の値は、 $x = 3, \frac{15}{2}$ 答