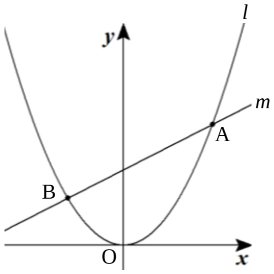
難 塾技 32　場合の数・確率①

問題 1

右の図で，点 O は原点，曲線 l は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。1 から 6 までの目の出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。2 点 A，B はともに曲線 l 上にあり，点 A の x 座標を a，点 B の x 座標を $-b$ とする。点 A と点 B を通る直線を m とする。直線 m の式を a，b を用いて表し，直線 m と y 軸との交点の y 座標が，3 の倍数になる確率を求めよ。　（都立戸山高）



問題 2

2 つの箱 A, B がある。それぞれの箱の中に 1, 2, 3，4，5，6，7，8 の数字が書いてある 8 枚のカードが入っている。いま，A，B の箱から順に 1 枚ずつカードを取り出すとき，その取り出されたカードに書いてある数字をそれぞれ a，b とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $-2 \leqq 2a-b<4$ となる確率を求めよ。

(2) $ab+a-b-9=0$ となる確率を求めよ。

（慶應義塾高）

解 1

「塾技 49」より，

直線 m の傾き $=\frac{1}{4}(a-b)$

y 切片 $=-\frac{1}{4}\times(-b)\times a=\frac{1}{4}ab$

答　m **の式**：$\boldsymbol{y=\frac{1}{4}(a-b)x+\frac{1}{4}ab}$

直線 m と y 軸との交点の y 座標が 3 の倍数となるには，y 切片 $\frac{1}{4}ab$ が 3 の倍数となればよい。よって，ab は 4 の倍数かつ 3 の倍数，すなわち 12 の倍数となる。

「塾技 32（1）」より，ab（積）の表で考える。下の表より，12 の倍数となるのは 7 通り，

確率 $=\boldsymbol{\frac{7}{36}}$　答

(a)

(b)	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

解 2

(1)「塾技 32（2）」より，8×8 の表で考える。

$(2a)$

(b)	2	4	6	8	10	12	14	16
1	1	3	5	7	9	11	13	15
2	0	2	4	6	8	10	12	14
3	-1	1	3	5	7	9	11	13
4	-2	0	2	4	6	8	10	12
5	-3	-1	1	3	5	7	9	11
6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9
8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

上の $2a-b$ の表より，$-2\leqq 2a-b<4$ を満たす $2a-b$ の値は 22 通り。よって，

確率 $=\frac{22}{8\times8}=\boldsymbol{\frac{11}{32}}$　答

(2) $ab+a-b-9=0$　$-9=-1-8$

$ab+a-b-1-8=0$

$ab+a-b-1=8$　「塾技 36」項の組み合わせ

$a(b+1)-(b+1)=8$　左辺を因数分解

$(a-1)(b+1)=8$

$(a-1,\ b+1)=(1,\ 8)(2,\ 4)(4,\ 2)(8,\ 1)$

$(a,\ b)=(2,\ 7)(3,\ 3)(5,\ 1)\cancel{(9,\ 0)}$

以上より，確率 $=\frac{3}{8\times8}=\boldsymbol{\frac{3}{64}}$　答