

難

塾技 34 展開の応用

問題 1

式 $(x-y+z)(x+y-z)-(x+y+z)(x-y-z)$ を簡単にするとき、 となる。 (慶應義塾高)

問題 2

$\{x^2 + (k+1)x - 5k\}(x^2 + 3x - 18) - (x^2 + 3x - 15)^2$, k は定数で、展開したとき定数項が -45 になった。

次の問い合わせよ。

(1) k の値を求めよ。

(2) k が (1) で求めた値のとき、1 次の項の係数を求めよ。 (慶應義塾高)

問題 3

$(x+1)(x-2)(x-3)(x-6)$ を展開せよ。 (市川高)

解 1

$$\begin{aligned} & (x-y+z)(x+y-z)-(x+y+z)(x-y-z) \\ &= \{x-(y-z)\}\{x+(y-z)\} - \{x+(y+z)\}\{x-(y+z)\} \\ &= (x-A)(x+A) - (x+B)(x-B) \\ &= x^2 - A^2 - (x^2 - B^2) \\ &= -A^2 + B^2 \\ &= -(y-z)^2 + (y+z)^2 = -(y^2 - 2yz + z^2) + (y^2 + 2yz + z^2) = 4yz \end{aligned}$$

答

解 2

(1) 「塾技 34 4」より、定数項のみについて考えると、

$$\begin{aligned} & \overbrace{\{x^2 + (k+1)x - 5k\}(x^2 + 3x - 18)}^{\textcircled{1}} - \overbrace{(x^2 + 3x - 15)(x^2 + 3x - 15)}^{\textcircled{2}} \\ & \overbrace{-5k \times (-18)}^{\textcircled{1}} - \overbrace{(-15)^2}^{\textcircled{2}} = -45 \\ & 90k - 225 = -45 \quad \text{これを解いて, } k = 2 \end{aligned}$$

答

(2) 「塾技 34 4」より、1 次の項についてのみ考えると

$$\begin{aligned} & \overbrace{(x^2 + 3x - 10)(x^2 + 3x - 18)}^{\textcircled{1}} - \overbrace{(x^2 + 3x - 15)(x^2 + 3x - 15)}^{\textcircled{2}} \\ & \overbrace{3x \times (-18) + (-10) \times 3x}^{\textcircled{1}} - \overbrace{3x \times (-15) - (-15) \times 3x}^{\textcircled{2}} \\ & = -54x - 30x + 45x + 45x = 6x \end{aligned}$$

答 6

解 3

$$\begin{aligned} & (x+1)(x-2)(x-3)(x-6) \\ &= (x+1)(x-6)(x-2)(x-3) \quad \text{かける順序を変える} \\ &= (x^2 - 5x - 6)(x^2 - 5x + 6) \quad \text{共通因数 } x^2 - 5x \text{ を作り出す} \\ &= (A-6)(A+6) \quad x^2 - 5x = A \text{ とおく} \\ &= A^2 - 36 \\ &= (x^2 - 5x)^2 - 36 \\ &= x^4 - 10x^3 + 25x^2 - 36 \end{aligned}$$

答