

問題 1

$x^2(y^3 - 2y^2) - 5x(y^2 - 2y) + 4y - 8$ を因数分解せよ。

(東大寺学園高)

問題 2

$(a+1)^4 - (4a^2+1)(a+1)^2 + 4a^2$ を因数分解せよ。

(東大寺学園高)

問題 3

$a^2b + b^2c + c^2a + ab^2 + bc^2 + ca^2 + 3abc$ を因数分解せよ。

(灘高改題)

解 1

$$\begin{aligned} & x^2(y^3 - 2y^2) - 5x(y^2 - 2y) + 4y - 8 \\ &= x^2y^2(y-2) - 5xy(y-2) + 4(y-2) \\ &= (y-2)(x^2y^2 - 5xy + 4) \\ &= (y-2)\{(xy)^2 - 5(xy) + 4\} \\ &= (y-2)(xy-1)(xy-4) \end{aligned}$$

部分的に因数分解し、共通因数 $y-2$ を作り出す
共通因数 $y-2$ をくくり出す

答 $(y-2)(xy-1)(xy-4)$

解 2

$$\begin{aligned} & (a+1)^4 - (4a^2+1)(a+1)^2 + 4a^2 \\ &= X^2 - (4a^2+1)X + 4a^2 \\ &= (X-1)(X-4a^2) \\ &= \{(a+1)^2 - 1\}\{(a+1)^2 - 4a^2\} \\ &= \{(a+1)^2 - 1^2\}\{(a+1)^2 - (2a)^2\} \\ &= \{(a+1+1)(a+1-1)\}\{(a+1+2a)(a+1-2a)\} \\ &= a(a+2)(3a+1)(1-a) \\ &= -a(a+2)(3a+1)(a-1) \end{aligned}$$

$(a+1)^2 = X$ とおく
積が $4a^2$ 、和が $-4a^2-1$ となる 2 数は、 -1 と $-4a^2$

$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$ の利用

答 $-a(a+2)(3a+1)(a-1)$

解 3

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c + c^2a + ab^2 + bc^2 + ca^2 + 3ac \\ &= \frac{a^2b + abc + ca^2}{a} + \frac{ab^2 + b^2c + abc}{b} + \frac{abc + bc^2 + c^2a}{c} \\ &= a(ab + bc + ac) + b(ab + bc + ac) + c(ab + bc + ac) \\ &= (ab + bc + ac)(a + b + c) \end{aligned}$$

$3abc = abc + abc + abc$ と考える
部分的に因数分解し、共通因数 $ab + bc + ac$ を作り出す
共通因数 $ab + bc + ac$ をくくり出す

答 $(ab + bc + ac)(a + b + c)$