

難 塾技 72 正多角形への応用

問題

1 辺の長さが 1 の正八角形 ABCDEFGH について、次の各問に答えよ。

(1) AE と CH の交点を P とするとき、 $\angle APH$ の大きさを求めよ。

(2) $\triangle ACD$ の面積 S を求めよ。

(早稲田大本庄高)

解

(1) 右の図のように、正八角形 ABCDEFGH に外接する円 O をつくる*。「塾技 31 2」より、

$$\angle APH = \angle ACP + \angle CAP$$

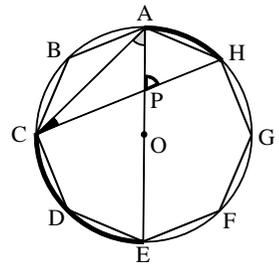
ここで、 $\angle ACP$ は \widehat{AH} に対する円周角なので、

「塾技 65 塾技解説」より、

$$\angle ACP = 180 \times \frac{1}{8} = 22.5^\circ$$

同様に、 $\angle CAP = 180 \times \frac{2}{8} = 45^\circ$

よって、 $\angle APH = 22.5 + 45 = 67.5^\circ$ 答

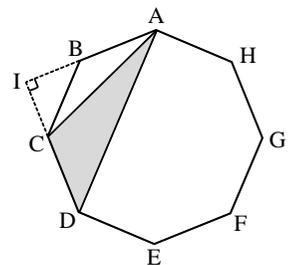


(2) 「塾技 72 3」より、右の図のように正八角形のカドに、 45° 、 45° 、 90° の直角三角形 BCI を作ることができる。

$$BI = \frac{1}{\sqrt{2}} BC = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad AI = AB + BI = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

よって、求める $\triangle ACD$ の面積 S は、

$$S = CD \times AI \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} \quad \text{答}$$



★ 円の円周を 8 等分する点を取り、それらを結ぶと正八角形ができる。難関校では、本問のように問題に図が与えられていないことも多いため、自分で問題条件から図を書く訓練もしっかりとしよう。