

難

塾技 74 折り返し

問題

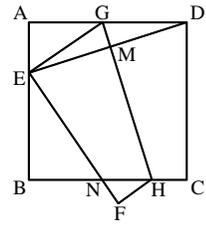
1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD を、頂点 D が辺 AB 上の点 E に重なるように GH を折り目として折り曲げた。そして、他の点も図のように記号を決めた。

(1) AE の長さが $\frac{1}{4}$ のとき、AG : GD を整数の比で表せ。

(2) AE = t として、次の線分の長さを t で表せ。

- ① GD ② HC

(3) 四角形 GEFH の面積が $\frac{7}{18}$ のとき、AE の長さを求めよ。(慶應義塾女子高)



解

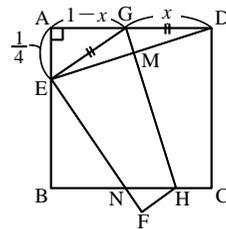
(1) GD = GE = x とおくと、AG = 1 - x と表せる。

△AEG に三平方の定理を用いて、

$$GE^2 = AG^2 + AE^2$$

$$x^2 = (1-x)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad \text{これを解いて、} \quad x = \frac{17}{32}$$

よって、AG : GD = $(1 - \frac{17}{32}) : \frac{17}{32} = 15 : 17$ ◀ 答



(2)

① (1) の図で、AE = t として△AEG に三平方の定理を用いると、

$$x^2 = (1-x)^2 + t^2$$

$$x^2 = 1 - 2x + x^2 + t^2 \quad \text{これを解いて、} \quad x = \frac{t^2 + 1}{2}$$

◀ 答

$$GD = \frac{t^2 + 1}{2}$$

② 右の図のように、H から AD に垂線 HI を下ろすと、HC = ID

ここで、△HIG と△DAE において、

$$\angle IHG = 90^\circ - \angle HGI = \angle ADE \quad \dots \text{①}$$

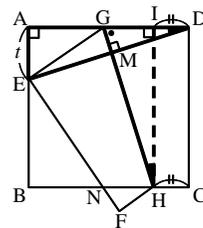
$$\angle HIG = \angle DAE = 90^\circ \quad \dots \text{②}$$

$$IH = AD \quad (\text{正方形の 1 辺}) \quad \dots \text{③}$$

①, ②, ③より、1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

△HIG ≅ △DAE。よって、IG = AE = t

以上より、HC = ID = GD - IG = $\frac{t^2 + 1}{2} - t = \frac{t^2 - 2t + 1}{2}$ ◀ 答



(3) 四角形 GEFH = 四角形 GDCH = $\frac{7}{18}$ より、

$$\left(\frac{t^2 + 1}{2} + \frac{t^2 - 2t + 1}{2}\right) \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{18}$$

$$(t^2 - t + 1) \times \frac{1}{2} = \frac{7}{18}$$

$$9(t^2 - t + 1) = 7$$

$$9t^2 - 9t + 2 = 0$$

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{18} = \frac{9 \pm 3}{18} = \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \quad \text{◀ 答}$$