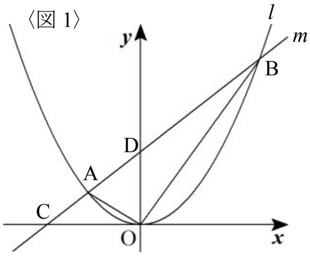
# 難 塾技 75　関数への応用

**問題**

右の図 1 で，点 O は原点，曲線 $l$ は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ，直線 $m$ は変化の割合が正の数である 1 次関数のグラフを表している。曲線 $l$ と直線 $m$ は 2 点 A，B で交わっており，点 A の $x$ 座標は負の数であり，点 B の $x$ 座標は正の数である。直線 $m$ と $x$ 軸，$y$ 軸との交点をそれぞれ C，D とする。原点 O と点 A，原点 O と点 B をそれぞれ結ぶ。原点 O から点(1，0)までの距離，および原点 O から点(0，1)までの距離をそれぞれ 1cm として，次の各問いに答えよ。

〈図 1〉



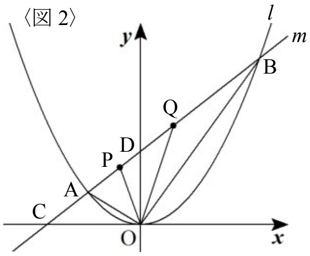

(1) 正の数 $t$ を用いて，点 B の $x$ 座標を $\sqrt{t}$ とする。線分 OB の長さが $\frac{\sqrt{33}}{2}$ cmのとき，$t$ の値を求めよ。

(2) 図 1 において，$\angle AOC=30^\circ$，OA＝OD の場合を考える。線分 CD の長さは何 cm か。

(3) 右の図 2 は，図 1 において，2 点 A，B の $x$ 座標がそれぞれ－3，9 であり，線分 AB 上に点 A，点 B と異なる 2 点 P，Q をとり，正の数 $k$ を用いて，2 点 P，Q の $x$ 座標をそれぞれ $-\frac{2}{3}k$，$2k$ とした場合を表している。原点 O と点 P，原点 O と点 Q をそれぞれ結ぶ。△OAP の面積は，△OBQ の面積の何分のいくつか。

（都立日比谷高）

〈図 2〉




**解**

(1) $B(\sqrt{t},\ \frac{1}{4}t)$より，

$$OB^2=(\sqrt{t})^2+(\frac{1}{4}t)^2$$
$$=t+\frac{1}{16}t^2$$

よって，$t+\frac{1}{16}t^2=(\frac{\sqrt{33}}{2})^2$

$$t^2+16t-132=0$$
$$(t+22)(t-6)=0$$
$$t=6,-22$$

$t>0$ より，$\boldsymbol{t=6}$ 答

(2) $\angle AOC=30^\circ$なので，「塾技 75 **1** (1)」より，

(直線 OA の傾き)$=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ となり，直線 OA は，

$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$とわかる。点 A の $x$ 座標を $a$ とおくと，

「塾技 49」の傾きの公式より，

$$\frac{1}{4}(a+0)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\qquad a=-\frac{4\sqrt{3}}{3}\quad\rightarrow\quad A(-\frac{4\sqrt{3}}{3},\ \frac{4}{3})$$

ここで，A から $x$ 軸に垂線 AH を引く。

△OAH は $30^\circ$，$60^\circ$，$90^\circ$の直角三角形より，

$$OD=OA=2AH=2\times\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$$

一方，△CDO も $30^\circ$，$60^\circ$，$90^\circ$の直角三角形なので，

$$CD=2OD=2\times\frac{8}{3}=\boldsymbol{\frac{16}{3}(cm)}$$ 答

(3)「塾技 61 **1** 」より，△OAP：△OBQ＝AP：BQ

一方，「塾技 18 (1)」より，

$$AP:BQ=\{-\frac{2}{3}k-(-3)\}:(9-2k)$$
$$=\frac{(9-2k)}{3}:(9-2k)$$
$$=\frac{1}{3}:1$$
$$=1:3\quad\rightarrow\quad\boldsymbol{\frac{1}{3}}$$ 答