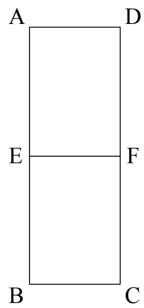
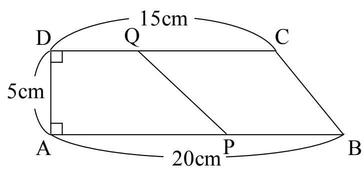
塾技 26　図形上の点の運動　～速さ～※問題②の解答の一部に塾技 58 の内容を含みます。

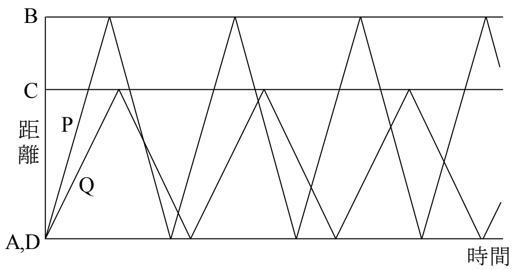
問題1 右の図のように，辺 AB，AD の長さがそれぞれ 24cm，6cm の長方形 ABCD があります。E，F はそれぞれ辺 AB，CD を 2 等分する点です。点 P は点 A を出発し，毎秒 2cm の速さで長方形 ABCD の辺上を A，B，C，D，A，B，……の順にまわります。点 Q は点 P と同時に点 A を出発し，毎秒 3cm の速さで長方形 ADFE の辺上を A，D，F，E，A，D，……の順にまわります。点 P，Q は，点 A を出発してからはじめて同時に点 A に着いたとき，そこで止まります。点 P，Q が点 A を出発してから止まるまでにかかる時間は何秒ですか。　（桐朋中）A



解答らん

問題2 右の図のような高さ 5cm の台形 ABCD があります。点 P は点 A を，点 Q は点 D を同時に出発し，点 P は AB 上を，点 Q は DC 上をそれぞれ一定の速さでくり返し往復します。下のグラフは，時間の経過と点 P の点 A からの距離（きょり），点 Q の点 D からの距離をいっしょに表したものです。ただし，点 P と点 Q の速さの比は 3 : 2 で，四角形 APQD の面積がはじめて $75cm^2$ になるのは，3 秒後であるとします。





(1) 動きはじめてから 1 回目に PQ と AD が平行になるのは $\boxed{\quad}$ 秒後です。

(2) 動きはじめてから 2 回目に PQ と AD が平行になるのは $\boxed{\quad}$ 秒後です。

(3) 動きはじめてから Q が D に，P が A に，はじめて同時にもどるのは $\boxed{\quad}$ 秒後です。　（芝中）B

解答らん

（解答は次ページ）

解 1

点 P は，点 A を出発してから再び点 A にもどるまでに，$(24+6)\times 2\div 2=30$(秒) かかり，点 Q は，$(12+6)\times 2\div 3=12$(秒) かかる。塾技 26 2 より，点 P と点 Q がはじめて同時に点 A に着くのは，30 秒と 12 秒の最小公倍数 60 秒とわかるので，求める時間は 60 秒となる。 答 **60 秒**

解 2

(1) まず，点 P と点 Q の動く速さを求める。

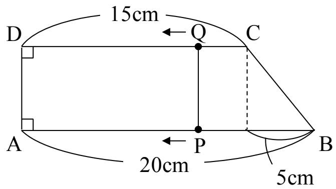
四角形 APQD は台形で，3 秒後にはじめて面積が 75cm^2 になることより，上底と下底の和は，

$\mathrm{DQ}+\mathrm{AP}=75\times 2\div 5=30$(cm)

よって，点 P と点 Q が 3 秒間で進む距離の和は 30cm とわかる。ここで，塾技 58 2 より，時間一定のとき，点 P と点 Q の進む距離の比は速さの比と等しく③：②とわかるので，⑤が 30cm となり，点 P は 3 秒で，$30\div 5\times 3=18$(cm)，点 Q は 3 秒で，$30\div 5\times 2=12$(cm)進むことがわかる。以上より，点 P の速さは秒速 6cm，点 Q の速さは秒速 4cm と求められる。

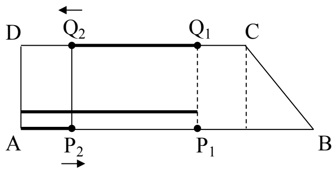
動きはじめてから 1 回目に PQ と AD が平行になるのは，グラフ上で P と Q がはじめて交わるときで，P は B から A に，Q は C から D に向かって動いているときとわかる。右の図より，P が動いた距離と Q が動いた距離の差は，$5\times 2=10$(cm) とわかるので，塾技 26 1 より，

$10\div(6-4)=5$(秒後) 答 **5**



(2) グラフより，2 回目に P と Q が交わるのは，P は A から B に，Q は C から D に向かって動いているときとわかる。動きはじめて 1 回目に PQ と AD が平行になるときの点 P と点 Q を P_1，Q_1，2 回目に平行となるときを P_2，Q_2 とする。右の図より，1 回目から 2 回目までの間に P が動いた距離と Q が動いた距離の和は，

$\mathrm{AP}_1+\underbrace{\mathrm{AP}_2+\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2}_{\parallel\ \mathrm{AP}_1}=\mathrm{AP}_1\times 2$



ここで，(1) より，P は 5 秒で，$6\times 5=30$(cm) 進むので，$\mathrm{AB}+\mathrm{BP}_1=30$(cm)，$\mathrm{BP}_1=30-20=10$(cm) とわかり，$\mathrm{AP}_1=20-10=10$(cm)，$\mathrm{AP}_1\times 2=20$(cm) とわかる。

よって，1 回目に平行となってから 2 回目に平行になるまでにかかる時間は，塾技 26 1 より，$20\div(6+4)=2$(秒) とわかるので，求める時間は，$5+2=7$(秒後) 答 **7**

(3) P は 1 往復に，$40\div 6=\dfrac{20}{3}$(秒)，Q は 1 往復に，$30\div 4=\dfrac{15}{2}$(秒) かかる。P，Q がはじめて同時に出発点にもどるのは，1 往復にかかる時間の最小公倍数となるので，$\dfrac{20}{3}$ と $\dfrac{15}{2}$ の最小公倍数を考えればよい。$\dfrac{20}{3}=\dfrac{40}{6}$，$\dfrac{15}{2}=\dfrac{45}{6}$ で，40 と 45 の最小公倍数は 360 となるので，求める時間は，

$\dfrac{360}{6}=60$(秒後) 答 **60**