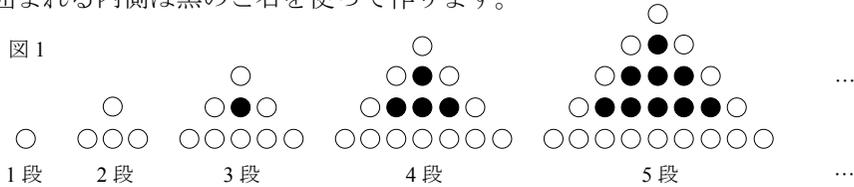


## 塾技 90 四角数 ~規則性~

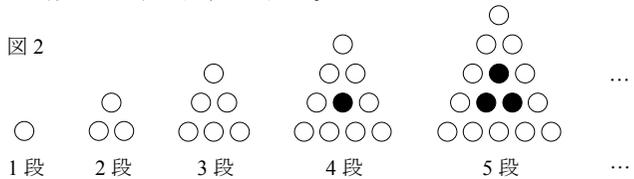
**問題 1** 白と黒のご石を使って、形を作っていきます。次の図 1 では、白のご石は○、黒のご石は●と表し、左から順に、1 段、2 段、3 段、4 段、5 段の形を作ったようすを表しています。図 1 のような三角形の形を作るとき、三角形のいちばん外側は白のご石、その白のご石に囲まれる内側は黒のご石を使って作ります。



このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 8 段の形を作るとき、ご石の数は全部で何個ですか。
- (2) 19 段の形を作るとき、黒のご石の数は全部で何個ですか。
- (3) 世谷さんは、図 1 のような

作り方ではなく、右の図 2 のような作り方で作ってみました。世谷さんが考えたこの

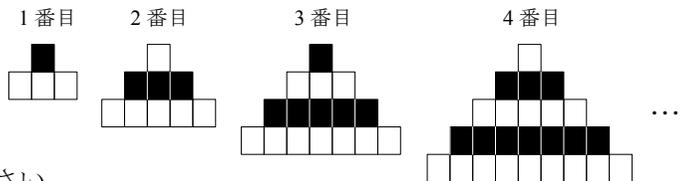


作り方で何段かの形を作ったら、白のご石の数は 60 個になりました。世谷さんは、何段の形を作ったのでしょうか。

(東京学芸大附世田谷中) **A**

解答らん

**問題 2** 右の図のように、黒いタイルと白いタイルを順番に並べて山を作っていく。



- (1) 6 番目の山にふくまれる白いタイルの枚数を求めなさい。
- (2) ある山にふくまれる白いタイルと黒いタイルの枚数の差が 21 枚であるとき、その山の一番下の段にあるタイルの枚数を求めなさい。
- (3) となり合う 2 つの山のタイルの枚数が合わせて 2113 枚のとき、その 2 つの山にふくまれる白いタイルの枚数の合計を求めなさい。

(慶応義塾湘南藤沢中) **B**

解答らん

(解答は次ページ)

**解 1**

(1) 各段のご石の総数は四角数となっている。

求める個数は 8 番目の四角数なので、**熟技 90** ① より、 $8 \times 8 = 64$ (個)

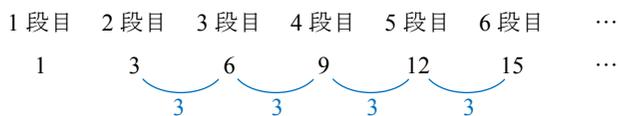
**答** 64 個

(2) □段目の黒のご石の数は、 $(\square - 2)$  番目の四角数となっている。よって、求める黒のご石の数は、

$19 - 2 = 17$ (番目)の四角数とわかり、 $17 \times 17 = 289$ (個)

**答** 289 個

(3) 各段の白のご石の数を考えると次のようになる。



2 段目以降のご石の数に注目すると、**熟技 85** の等差数列となっている。

2 段目の白のご石の数の 3 を初項 (1 番目の数) と考え、60 が何番目の数か考える。3 から 60 までに公差の 3 は、 $(60 - 3) \div 3 = 19$ (回) 増えるので、60 は、 $19 + 1 = 20$ (番目)の数とわかる。よって、白のご石の数が 60 個になるのは、 $20 + 1 = 21$ (段目)

**答** 21 段

**解 2**

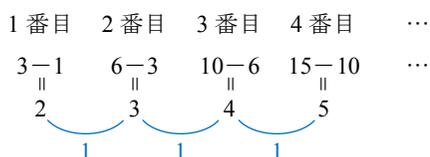
(1) 6 番目の山のタイルの総数は、7 番目の四角数となっているので、

$$6 \text{ 番目の山のタイルの総数} = \textcircled{1} + 3 + \textcircled{5} + 7 + \textcircled{9} + 11 + \textcircled{13}$$

上の○をつけた部分が白のタイルとなるので、白のタイルは、 $1 + 5 + 9 + 13 = 28$ (枚)

**答** 28 枚

(2) 白いタイルと黒いタイルの枚数の差の数列を考えると、次のように等差数列となる。



初項の 2 から 21 までに公差の 1 は、 $(21 - 2) \div 1 = 19$ (回) 増えるので、差が 21 となるのは、

$19 + 1 = 20$  番目の山とわかる。□番目の山の一番下の段にあるタイルの枚数は、 $(\square \times 2 + 1)$  枚

となっているので、求めるタイルは、 $20 \times 2 + 1 = 41$ (枚)

**答** 41 枚

(3) □番目の山のタイルの総数は、 $(\square + 1)$  番目の四角数となっている。

$32 \times 32 = 1024$ 、 $33 \times 33 = 1089$  で、 $1024 + 1089 = 2113$ (枚) となることを考えると、となり合う 2 つの山とは、 $32 - 1 = 31$ (番目) と、 $33 - 1 = 32$ (番目) の山とわかる。

ここで、黒いタイルの枚数に注目すると、それぞれの山の黒いタイルの枚数は、その 1 つ前の山の白いタイルと同じ枚数になっている。つまり、32 番目の黒いタイルの枚数は、31 番目の白いタイルの枚数と同じであり、32 番目の黒いタイルの部分に 31 番目の白いタイルにおきかえて考えると、31 番目と 32 番目の白いタイルの枚数の合計は 32 番目の山のタイルの総数と同じになることがわかる。よって、求める白いタイルの枚数の合計は、1089 枚となる。

**答** 1089 枚