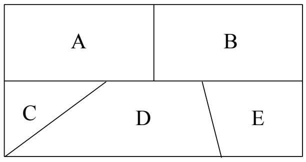
塾技 96　順列　～場合の数～

※問題③の解答の一部に塾技 97 の内容を含みます。

問題 1　赤，青，黄の 3 色を使って，右の図の A，B，C，D，E の 5 つの部分に色をぬります。3 色すべてを使ってとなり合う部分が同じ色にならないようにぬり分けると，全部で何通りのぬり方ができますか。

(市川中) A



解答らん

問題 2　国語の本が 3 冊，算数の本が 2 冊，理科の本が 2 冊あります。これらの本はすべて異なるもので，7 冊全部を本だなに 1 列に並べるとき，次の問いに答えなさい。

(1)　算数か理科の本のどれか 1 冊を中央におく並べ方は何通りありますか。

(2)　国語の本 3 冊をまとめた並べ方は何通りありますか。

(東邦大付属東邦中) A

解答らん

問題 3　先生 4 人と生徒 4 人の合計 8 人がボートに乗ることにしました。1 号ボートと 2 号ボートは 4 人まで乗ることができ，3 号ボートは 5 人まで乗ることができます。ただし，生徒だけでボートに乗ることはできません。また，先生も生徒も 1 人ずつ区別して考えるものとします。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　1 号ボートと 2 号ボートだけを使うとき，先生 4 人の分かれ方は何通りありますか。ただし，どちらのボートにも先生は必ず 1 人は乗るものとします。

(2)　8 人全員が 1 号ボートと 2 号ボートに分かれて乗るとき，8 人の分かれ方は何通りありますか。

(3)　8 人全員が 1 号ボートと 3 号ボートに分かれて乗るとき，8 人の分かれ方は何通りありますか。

(聖光学院中) C

解答らん

(解答は次ページ)

解 1

5 つの部分を 3 色でぬり分けるため，同じ色どうしの部分が必ず 2 カ所あることになる。さらに，となり合う部分が同じ色にならないようにぬり分けることを考えると，A と E，B と C をそれぞれ同じ色にすればよいことがわかる。A と E の色のぬり方は赤，青，黄の 3 通りで，そのおのおのについて B と C の色のぬり方が A と E にぬった色以外の 2 通り，さらにそのおのおのについて D の色のぬり方が残りの 1 通りあるので，積の法則より，全部で，$3 \times 2 \times 1 = 6$(通り)　答 **6 通り**

入試問題で塾技をチェック！の芝中の問題のように，同じ色をぬる部分をそれぞれ 1 つの部分とまとめて考え，A と E，B と C，D の 3 つの部分に 3 色をぬる順列と考えてもよい。

解 2

(1) 国語の本を A，B，C，算数の本を D，E，理科の本を F，G とする。

中央の並べ方は D，E，F，G の 4 通りあり，中央以外の残り 6 冊の並べ方は，塾技 96 より，

$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$(通り)

よって，積の法則より，$720 \times 4 = 2880$(通り)　答 **2880 通り**

(2) A，B，C を 1 冊の本 H と考えると，H と残り 4 冊の計 5 冊の並べ方は，塾技 96 より，

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$(通り)

一方，A，B，C の並べ方が，$3 \times 2 \times 1 = 6$(通り) あるので，全部で，$120 \times 6 = 720$(通り)

答 **720 通り**

解 3

(1)（ⅰ）1 号ボートに先生が 1 人，2 号ボートに 3 人乗る場合，1 号ボートの 1 人を決めると 2 号ボートの 3 人は自動的に決まるので，1 号ボートに乗る 1 人の選び方の 4 通りだけある。

（ⅱ）1 号ボートに先生が 2 人，2 号ボートに 2 人乗る場合，（ⅰ）と同様に 1 号ボートの 2 人の乗り方を決めれば 2 号ボートの 2 人も決まるので，塾技 97 より，$\dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$(通り)。

（ⅲ）1 号ボートに先生が 3 人，2 号ボートに 1 人乗る場合，（ⅰ）と同様に考えて 4 通り。

以上（ⅰ）～（ⅲ）より，先生の分かれ方は全部で，$4 + 6 + 4 = 14$(通り)　答 **14 通り**

(2)（ⅰ）1 号ボートに先生が 1 人と生徒が 3 人乗る場合，先生の選び方は 4 通り，生徒の選び方は 2 号ボートに乗る 1 人の選び方の 4 通りあるので，積の法則より，$4 \times 4 = 16$(通り)。

（ⅱ）1 号ボートに先生が 2 人と生徒が 2 人乗る場合，先生 2 人の選び方と生徒 2 人の選び方は，(1) の（ⅱ）よりそれぞれ 6 通りずつあることがわかるので，$6 \times 6 = 36$(通り)。

（ⅲ）1 号ボートに先生が 3 人と生徒が 1 人乗る場合，（ⅰ）と同様に考えて 16 通り。

以上（ⅰ）～（ⅲ）より，8 人の分かれ方は全部で，$16 + 36 + 16 = 68$(通り)　答 **68 通り**

(3) 8 人が 1 号ボートと 3 号ボートに分かれて乗るとき，1 号ボートに 4 人と 3 号ボートに 4 人に分かれて乗る乗り方と，1 号ボートに 3 人と 3 号ボートに 5 人に分かれて乗る乗り方がある。

（ⅰ）1 号ボートに 4 人, 3 号ボートに 4 人に分かれて乗る乗り方は, (2) と同様に考えて 68 通り。

（ⅱ）1 号ボートに先生が 1 人と生徒が 2 人乗る場合，先生の選び方は 4 通り，生徒の選び方は 6 通りあるので，$4 \times 6 = 24$(通り)。

（ⅲ）1 号ボートに先生が 2 人と生徒が 1 人乗る場合，（ⅱ）と同様に考えて 24 通り。

（ⅳ）1 号ボートに先生のみ 3 人乗る場合，3 号ボートに乗る先生の選び方の 4 通り。

（ⅰ）～（ⅳ）より，8 人の分かれ方は全部で，$68 + 24 + 24 + 4 = 120$(通り)　答 **120 通り**